

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА»

Кафедра Высшей математики

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ**

Математика

основной образовательной программы по направлению подготовки (специальности)

280402 – «Природоохранное обустройство территорий»

Москва 2010

**Министерство образования Российской Федерации**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заместитель Министра  
образования Российской Федерации

\_\_\_\_\_ **В.Д.Шадриков**

"17" марта 2000 г.

Регистрационный № 156 тех\дс

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ  
СТАНДАРТ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

направление подготовки дипломированного специалиста  
**656400 ПРИРОДООБУСТРОЙСТВО**

квалификация - **инженер**

Вводится с момента утверждения

Москва 2000 г.

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ ДИПЛОМИРОВАННОГО СПЕЦИАЛИСТА 656400 ПРИРОДООБУСТРОЙСТВО

1.1 Направление подготовки дипломированного специалиста утверждено приказом Министерства образования Российской Федерации от 02.03.2000 г № 686 .

1.2 Перечень образовательных программ (специальностей), реализуемых в рамках данного направления подготовки дипломированного специалиста:

- 320500 Мелиорация, рекультивация и охрана земель;
- 320800 Природоохранное обустройство территорий

### 1.3. Квалификация выпускника – инженер

Нормативный срок освоения основной образовательной программы подготовки инженера по направлению подготовки дипломированного специалиста «Водные ресурсы и водопользование» при очной форме обучения - 5 лет.

<i>ЕН.00</i>	<b>Математические и естественнонаучные дисциплины</b>	<b>2090</b>
<b>ЕН.Ф.00</b>	<b>Федеральный компонент</b>	<b>1870</b>
ЕН.Ф.01	<b>Математика</b> Алгебра: основные алгебраические структуры, векторные пространства и линейные отображения, булевы алгебры; геометрия: аналитическая геометрия, многомерная евклидова геометрия, дифференциальная геометрия кривых и поверхностей, элементы топологий; дискретная математика: логические исчисления, графы, теория алгоритмов, языки и грамматики, автоматы, комбинаторика; анализ: дифференциальное и интегральное исчисления, элементы теории функций и функционального анализа, теория функций комплексного переменного, дифференциальные уравнения; вероятность и статистика: элементарная теория вероятностей, математические основы теории вероятностей, модели случайных процессов, проверка гипотез, принцип максимального правдоподобия, статистические методы обработки экспериментальных данных; математические методы в текстильной технологии.	600

## РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

Наименование дисциплины Математика

Рекомендуется для направления подготовки  
**280100 ПРИРОДООБУСТРОЙСТВО И ВОДОПОЛЬЗОВАНИЕ**

профиль 280402 – «Природоохранное обустройство территорий»

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах				
		семестр				
		1	2	3	4	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>238</b>	<b>68</b>	<b>51</b>	<b>68</b>	<b>51</b>	
В том числе:	-	-	-	-	-	
Лекции (Л)	102	34	17	34	17	
Практические занятия (ПЗ) (семинары (С))	136	34	34	34	34	
<b>Самостоятельная работа (СРС) (всего)</b>	<b>230</b>	<b>62</b>	<b>52</b>	<b>70</b>	<b>46</b>	
Расчетно-графические работы (РГР)	62	15	15	16	16	
Подготовка к лекциям и практическим занятиям	126	37	27	43	19	
Домашние задания	42	10	10	11	11	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	<b>72</b>	зачет	экзамен	зачет	экзамен	
			<b>36</b>		<b>36</b>	
<b>Общая трудоемкость</b>	час	540	130	139	138	133
	зач. ед.	15	3.6	3.9	3.8	3.7

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ.

### 1.1. Цели.

- усвоение студентами знаний, умений и навыков на уровне требований ГОС.

### 1.2. Задачи.

- подготовка студентов к изучению общетехнических и специальных дисциплин с учетом требований этих дисциплин к математической подготовке;
- подготовка студентов к изучению последующих учебных тем математики с учетом требований этих тем.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП:

*Дисциплины, на которых основано изучение данной дисциплины:*

необходимо освоение программы математики средней школы на уровне требований программы средней школы.

*Дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей:*

Теоретическая механика, сопромат, материаловедение, электротехника, оценка предпр. бизнеса, финансы, геологические изыскания, инженерная геология, водоснабжение, механика грунтов.

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

*Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:*

- 1-учится слушать и слышать;
- 2-вырабатывает системный подход к проблеме и умение выделять главное;
- 3- учится собирать и анализировать сведения методами математической статистики;
- 4- строит и выбирает модели, адекватные исследуемым системам и процессам, исследует модели, интегрирует результаты и оценивает пределы их применимости;
- 5-самостоятельно принимает решения;
- 6-согласовывает различные точки зрения;
- 7-вырабатывает инициативность;
- 8-использует теоретические знания на практике;
- 9-обменивается идеями;
- 10-работает в команде;
- 11- употребляет математическую символику для выражения количественных и качественных отношений объектов и построения математических высказываний;

Выпускник должен обладать следующими компетенциями.

### **а) общекультурными (ОК):**

владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения (ОК–1);

умением критически оценивать свои достоинства и недостатки, наметить пути и выбрать средства развития достоинств и устранения недостатков (ОК - 2);

умением логически верно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь (ОК - 3);  
готовностью к кооперации с коллегами, работе в коллективе (ОК - 5);

осознанием социальной значимости своей будущей профессии, владением высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности, способностью находить профессиональные решения, в том числе, в нестандартных ситуациях и готовностью нести за них ответственность (ОК -7);

### **б) профессиональными (ПК):**

*общефессиональными компетенциями:*

способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач (ПК- 1);

способностью предусмотреть меры по сохранению и защите экосистемы в ходе своей общественной и профессиональной деятельности (ПК- 2);

способностью понимать сущность и значение информации в развитии современного информационного общества, сознавать опасности и угрозы, возникающие в этом процессе, соблюдать основные требования информационной безопасности, в том числе защиты государственной тайны, использовать основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации, использовать навыки работы с компьютером как средством управления информацией; способностью работать с информацией в глобальных компьютерных сетях (ПК-3);

способностью использовать основные положения и методы социальных, гуманитарных и экономических наук при решении социальных и профессиональных задач, способностью анализировать социально-значимые проблемы и процессы, умением использовать нормативные правовые документы в своей деятельности (ПК - 4);

*при проектно-изыскательской деятельности*

способностью проводить изыскания по оценке состояния природных и природно-техногенных объектов для обоснования принимаемых решений при проектировании объектов природообустройства и водопользования (ПК- 5);

способностью оперировать техническими средствами при измерении основных параметров природных процессов с учетом метрологических принципов (ПК- 6);

способностью использовать методы выбора структуры и параметров систем природообустройства и водопользования (ПК- 7);

способностью использовать методы проектирования инженерных сооружений, их конструктивных элементов (ПК- 8);

способностью осуществлять контроль соответствия разрабатываемых проектов и технической документации регламентам качества (ПК - 9);

способностью использовать методы эколого-экономической и технологической оценки эффективности при проектировании и реализации проектов природообустройства и водопользования (ПК - 10);

*при производственно-технологической деятельности:*

способностью принять профессиональные решения при строительстве и эксплуатации объектов природообустройства и водопользования (ПК - 11);

способностью использовать положения водного и земельного законодательства и правил охраны природных ресурсов при водопользовании, землепользовании и обустройстве природной среды (ПК-12);

*при организационно-управленческой деятельности:*

способностью организовывать работу малых групп исполнителей с обеспечением требований безопасности жизнедеятельности на производстве (ПК- 13);

способностью участвовать в разработке организационно-технической документации, документов систем управления качеством (ПК-14);

способностью решать задачи при выполнении работ по стандартизации, метрологическому обеспечению, техническому контролю в области природообустройства и водопользования (ПК-15);

способностью обеспечивать требуемое качество выполняемых работ (ПК-16);

*при научно-исследовательской деятельности:*

готовностью участвовать в решении отдельных задач при исследованиях воздействия процессов строительства и эксплуатации объектов природообустройства и водопользования на компоненты природной среды (ПК -17);

**в) дополнительными профессиональными (ДПК) для профиля**

## «Природоохранное обустройство территорий»

### *при проектно-изыскательской деятельности*

способностью и готовностью к использованию в своей деятельности основных принципов природоохранного обустройства территорий, природоохранной планировки территорий, методов расчёта и проектирования мероприятий и сооружений инженерной защиты природной среды, методов решения экологических проблем на современном этапе (ДПК 1);

способностью использовать знания принципов и приемов озеленения и благоустройства городских и загородных территорий, ландшафтного проектирования, создания садово–парковых ансамблей, санитарной охраны территорий (ДПК 2);

готовностью к экологической экспертизе проектов (ДПК 3);

*Выпускник (дипломированный специалист) должен в результате усвоения дисциплины*

*«Математика»*

### **знать (иметь представление):**

- о математике как особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений;
- о математическом моделировании;
- о средах использования различных математических разделов в специальной деятельности выпускников (дипломируемых специалистов) строительного факультета.

### **уметь пользоваться :**

- основными понятиями и методами математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории вероятностей, дискретной математики;
- вероятностными моделями для конкретных процессов и проводить необходимые расчеты в рамках построенной модели;
- математическими моделями формальной математики, простейших систем и процессов в естествознании и технике.

### **владеть (иметь опыт):**

- употребление математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов и построения математических высказываний;
- построения, выбора моделей адекватных исследуемым системам и процессам, исследования моделей, интеграции результатов и оценки пределов их применимости;
- обоснования научной достоверности полученных результатов;
- сбора и анализа сведений методами математической статистики;
- использования особых приемов, методов обработки экспериментальных данных;
- выполнения линейных и нелинейных операций над векторами, матрицами, функциями, в числовых множествах, геометрической иллюстрации векторов, операций над ними;
- исследования систем линейных уравнений и нахождения решений;
- составления уравнений кривых и поверхностей 1 и 2 порядков в  $2R$  и в  $3R$  ; исследовать взаиморасположения кривых и поверхностей 1 и 2 порядков;
- нахождения производных и частных производных и применение их при решении оптимизационных задач;
- использования методов неопределенного интегрирования;
- построения и вычисления определенных, кратных, криволинейных интегралов;
- применения их для нахождения геометрических и физических величин;
- исследования, аналитического и численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- выполнения приближенных вычислений при помощи рядов.

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ

Общая трудоемкость дисциплины составляет \_\_\_\_15\_\_\_\_ зачетных единиц

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах				
		с е м е с т р				
		1	2	3	4	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>238</b>	<b>68</b>	<b>51</b>	<b>68</b>	<b>51</b>	
В том числе:	-	-	-	-	-	
Лекции (Л)	102	34	17	34	17	
Практические занятия (ПЗ) (семинары (С))	136	34	34	34	34	
<b>Самостоятельная работа (СРС) (всего)</b>	<b>230</b>	<b>62</b>	<b>52</b>	<b>70</b>	<b>46</b>	
Расчетно-графические работы (РГР)	62	15	15	16	16	
Подготовка к лекциям и практическим занятиям	126	37	27	43	19	
Домашние задания	42	10	10	11	11	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	<b>72</b>	зачет	экзамен <b>36</b>	зачет	экзамен <b>36</b>	
<b>Общая трудоемкость</b>	час	540	130	139	138	133
	зач. ед.	15	3.6	3.9	3.8	3.7

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 5.1 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Элементы линейной алгебры	Определители 2-ого порядка и их свойства. Определители 3-его порядка и их свойства. Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера. Решение систем линейных уравнений с 3-мя неизвестными. Правило Крамера. Алгебраические дополнения и миноры. Матрицы.
2.	Векторная алгебра	Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат. Связь декартовых и полярных координат. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Определение вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Понятие базиса. Координаты вектора в данном базисе. Свойства, характерные для ортонормированного базиса. Направляющие косинусы и модуль вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Основные теоремы о проекциях векторов. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Векторное произведение и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Условие компланарности векторов.
3.	Аналитическая геометрия	Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой "в отрезках". Расстояние от точки до прямой. Нормальное уравнение прямой. Угол между 2-мя прямыми. Условие перпендикулярности и параллельности 2-ух прямых. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду. Плоскость как поверхность 1-ого порядка. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости "в отрезках". Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду. Уравнение прямой линии в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Угол между прямой и плоскостью.
4.	Кривые 2-ого порядка	Окружность и эллипс. Параметрические уравнения эллипса и окружности. Гипербола. Парабола.



5.	Математический анализ	<p>Предел последовательности. Предел функции. Общие сведения о функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые величины. Теоремы о свойствах бесконечно малых величин. Бесконечно малые и бесконечно большие и связь между ними. Теоремы о пределах. Признаки существования пределов. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Критерий Коши существования предела функции. Сравнение бесконечно малых величин. Основные теоремы об эквивалентных бесконечно малых величинах. Непрерывные функции и их свойства. Непрерывность в точке и на интервале. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного. Непрерывность сложной и обратной функций. Точки разрыва функции и их классификация. Производная. Ее физический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой. Понятие дифференцируемости функции в данной точке. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности функции. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного. Производные сложной и обратной функций. Производные элементарных функций. Понятие логарифмической производной. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно. Дифференциал функции. Его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теоремы Коши и Лагранжа. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей вида:  <math>[0 \cdot \infty]</math>, <math>[1^\infty]</math>, <math>[0^0]</math>, <math>[\infty^0]</math>, <math>[\infty - \infty]</math>. Формула Тейлора. Условия монотонности функции на интервале. Необходимое и достаточные условия существования экстремума. Направление выпуклости графика функции. Необходимое и достаточные условия существования точек перегиба. Асимптоты графика функции.</p>
6.	Интегральное исчисление функции одной переменной	<p>Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Комплексные числа. Свойства комплексных чисел. Разложение многочленов на множители. Теоремы Безу и Гаусса. Разложение рациональной дроби. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование выражений вида :  <math>R(\cos x, \sin x)</math> и <math>\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx</math>. Определенный интеграл. Вычисление площади криволинейной трапеции. Свойства определенного интеграла. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о среднем. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Геометрический смысл несобственного интеграла. Сходимость несобственных интегралов. Интеграл от разрывной функции. Приложения определенных интегралов. Вычисление площадей в прямоугольных координатах. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах. Вычисление объема тела по площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.</p>
7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения первого порядка. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков. Теорема существования и единственности. Дифференциальные уравнения второго порядка, приводящие к уравнениям первого порядка. Линейные однородные уравнения. Определитель Вронского. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения 2-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных. Неоднородные линейные уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения высших порядков.</p>
8.	Ряды	<p>Понятие ряда. Условие Коши сходимости рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Несобственный интеграл и ряд. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши. Ряд Лейбница. Признак Лейбница. Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.</p>

		Степенные ряды. Теорема Абеля. Общие свойства степенных рядов. Ряды Тейлора. Применение рядов Тейлора к интегрированию функций и дифференциальных уравнений.
9.	Функции нескольких переменных	Определение и геометрическое изображение функции нескольких переменных. Частное и полное приращение функции. Непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация частных производных. Полное приращение и полный дифференциал. Производная сложной функции. Полная производная. Производная от функции, заданной неявно. Частные производные различных порядков. Уравнение касательной и нормальной плоскости к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Максимум и минимум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума. Условные максимумы и минимумы функции нескольких переменных. Особые точки кривой.
10.	Кратные интегралы	Задача приводящая к понятию 2-ого интеграла. Определение 2-ого интеграла. Теорема существования. Свойства 2-ых интегралов. Вычисление 2-ого интеграла. Прямоугольная область. Вычисление 2-ого интеграла. Произвольная область. Замена переменных в 2-ом интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Применение 2-ых интегралов. Вычисление объемов тел, площадей плоских фигур. Связь с обыкновенным интегралом. Площадь криволинейной поверхности. Вычисление массы неоднородной фигуры. Момент инерции площади плоской фигуры. Координаты центра тяжести площади плоской фигуры и статические моменты. Задача о нахождении массы 3-х мерного тела с переменной плотностью. Определение 3-ого интеграла. Теорема о существовании 3-ого интеграла. Свойства 3-ого интеграла. Вычисление 3-ого интеграла. Замена переменных в 3-ом интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах. Применение 3-их интегралов. Масса тела. Статические моменты относительно координатных плоскостей. Моменты инерции. Координаты центра тяжести тела.
11.	Криволинейные и поверхностные интегралы	Задача о вычислении работы переменной силы вдоль криволинейного пути. Векторная форма записи криволинейного интеграла. Свойства криволинейных интегралов. Вычисление криволинейных интегралов и условие существования. Выражение площади области, ограниченной кривой, через криволинейный интеграл. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Интегралы по площади поверхности (Поверхностные интегралы 1-го рода). Вычисление поверхностных интегралов 1-ого рода. Поверхностные интегралы по координатам (Поверхностные интегралы 2-ого рода). Физический смысл поверхностного интеграла 2-ого рода. Координатная форма записи поверхностного интеграла 2-ого рода. Условие существования поверхностного интеграла и правила его вычисления. Применение поверхностных интегралов к вычислению объемов тел. Свойства поверхностных интегралов 2-ого рода.
12.	Элементы теории поля	Поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент. Свойства градиента. Формула Стокса. Теорема Стокса. Формула Остроградского. Физический смысл формулы Остроградского. Оператор Гамильтона. Некоторые его применения. Оператор Лапласа.
13.	Ряды Фурье	Определение. Постановка задачи. Коэффициенты Фурье. Теорема Дирихле. Замечание о разложении периодической функции в ряд Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье для функции с периодом $2\ell$ . Разложение в ряд Фурье непериодической функции. Интеграл Дирихле. Сходимость ряда Фурье в данной точке. Некоторые достаточные условия сходимости ряда Фурье. Практический гармонический анализ.
14.	Теория вероятностей	Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Основные формулы комбинаторики. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Ограниченность классического определения вероятности. Статистическая вероятность. Свойства статистической вероятности. Геометрические вероятности. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Полная группа событий. Противоположные события. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Теорема сложения вероятностей совместных событий.

		<p>Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формула Бейеса. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Простейший поток событий. Свойства потоков событий. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Вероятностный смысл математического ожидания. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях. Целесообразность введения числовой характеристики рассеяния случайной величины. Отклонение случайной величины от ее мат. ожидания. Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях. Среднее квадратическое отклонение. Среднее квадратическое отклонение суммы взаимно независимых случайных величин. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины. Начальные и центральные теоретические моменты. Определение функции распределения и ее свойства. График функции распределения. Определение плотности распределения. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Геометрический смысл плотности распределения. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения. Свойства плотности распределения. Закон равномерного распределения вероятностей. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Нормальное распределение. Нормальная кривая. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило 3-х сигм. Определение показательного распределения. Вероятность попадания в заданный интервал показательного распределенной случайной величины. Числовые характеристики показательного распределения. Функция надежности. Показательный закон надежности. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы и ее значение для практики. Теорема Бернулли. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания случайной величины в полуполосу. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник. Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины. Нахождение функции распределения системы по известной плотности распределения. Вероятностный смысл двумерной плотности вероятности. Вероятность попадания случайной точки в произвольную область. Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскание плотностей вероятности составляющих двумерной случайной величины. Условные законы распределения составляющих системы дискретных и непрерывных случайных величин. Условное мат. ожидание. Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Прямые линии среднее квадратической регрессии. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднее квадратической регрессии по несгруппированным данным.</p>
15.	Элементы математической статистики	<p>Задача математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Статистические оценки параметров распределения. Генеральная средняя. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Отклонение от общей средней и его свойства. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия. Формула для вычисления дисперсии. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Распределение “хи квадрат”. Распределение Стьюдента. Распределение F Фишера-Снедекора. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки мат. ожидания нормального распределения при известном <math>\sigma</math>. Доверительные интервалы для оценки мат.</p>

	<p>ожидания нормального распределения при неизвестном <math>\sigma</math>. Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения <math>\sigma</math> нормального распределения. Оценка точности измерений. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда. Условные варианты. Эмпирические и выравнивающие (теоретические) частоты. Построение нормальной кривой по опытным данным. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Отыскание правосторонней, левосторонней и двусторонней критических областей. Мощность критерия. Уровень значимости статистического критерия. Проверка гипотез о мат. ожидании случайной величины, распределенной по нормальному закону. Проверка гипотез о дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.</p>
--	--

### 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1.	Гидрология, метеорология и климатология	+		+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+	+
2.	Гидрогеология и основы геологии	+		+	+	+	+	+		+	+	+	+	+		+
	Водохозяйственные системы и водопользование	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+
	Механика	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			
3.	Водные ресурсы и мировой водный баланс	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+
	Теоретические основы водопользования	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
4.	Физика	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
5.	Регулирование стока водохранилищами	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
6.	Гидрометрия	+		+	+	+	+	+		+	+	+	+	+		
7.	Основы математического моделирования	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			
8.	Экономика предприятий	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
9.	Эколого-экономическая оценка водных объектов	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+
10.	Экономика природопользования	+		+	+	+	+	+		+	+	+	+			+

### 5.3 Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Объем в часах			
		Всего часов	Лекции (Л)	Практические занятия (ПЗ) (семинары)	СРС

				(С))	
1.	Элементы линейной алгебры	12	2	4	6
2.	Векторная алгебра	26	6	8	12
3.	Аналитическая геометрия	26	6	8	12
4.	Кривые 2-ого порядка	8	2	2	4
5.	Математический анализ	60	14	18	28
6.	Интегральное исчисление функции одной переменной	44	10	10	24
7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	32	6	8	18
8.	Ряды	18	2	6	10
9.	Функции нескольких переменных	27	9	10	8
10.	Кратные интегралы	44	10	10	24
11.	Криволинейные и поверхностные интегралы	34	8	8	18
12.	Элементы теории поля	20	4	4	12
13.	Ряды Фурье	20	6	6	8
14.	Теория вероятностей	70	10	24	36
15.	Элементы математической статистики	27	7	10	10

## 6. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ (СЕМИНАРЫ)

<i>№ п/п</i>	<i>Номер раздела дисциплины</i>	<i>Тематика практических занятий (семинаров)</i>	<i>Трудоемкость (час.)</i>
1.	1	Определители 2-ого порядка и их свойства. Определители 3-его порядка и их свойства. Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера. Решение систем линейных уравнений с 3-мя неизвестными. Правило Крамера. Алгебраические дополнения и миноры. Матрицы.	4
2.	2	Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат. Связь декартовых и полярных координат. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Определение вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Понятие базиса. Координаты вектора в данном базисе. Свойства, характерные для ортонормированного базиса. Направляющие косинусы и модуль вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Основные теоремы о проекциях векторов. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Векторное произведение и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Условие компланарности векторов.	8
3.	3	Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой "в отрезках". Расстояние от точки до прямой. Нормальное уравнение прямой. Угол между 2-мя прямыми. Условие перпендикулярности и параллельности 2-ух прямых. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду. Плоскость как поверхность 1-ого порядка. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости "в отрезках". Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.	8

		Уравнение прямой линии в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Угол между прямой и плоскостью.	
4.	4	Окружность и эллипс. Параметрические уравнения эллипса и окружности. Гипербола. Парабола.	2
5.	5	<p>Предел последовательности. Предел функции. Общие сведения о функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые величины. Теоремы о свойствах бесконечно малых величин. Бесконечно малые и бесконечно большие и связь между ними. Теоремы о пределах. Признаки существования пределов. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Критерий Коши существования предела функции. Сравнение бесконечно малых величин. Основные теоремы об эквивалентных бесконечно малых величинах. Непрерывные функции и их свойства. Непрерывность в точке и на интервале. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного. Непрерывность сложной и обратной функций. Точки разрыва функции и их классификация. Производная. Ее физический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой. Понятие дифференцируемости функции в данной точке. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности функции. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного. Производные сложной и обратной функций. Производные элементарных функций. Понятие логарифмической производной. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно. Дифференциал функции. Его геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теоремы Коши и Лагранжа. Правило Лопиталья. Раскрытие неопределенностей вида:</p> $[0 \cdot \infty], [1^\infty], [0^0], [\infty^0], [\infty - \infty]$ <p>Формула Тейлора. Условия монотонности функции на интервале. Необходимое и достаточные условия существования экстремума. Направление выпуклости графика функции. Необходимое и достаточные условия существования точек перегиба. Асимптоты графика функции.</p>	18
6.	6	<p>Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Комплексные числа. Свойства комплексных чисел. Разложение многочленов на множители. Теоремы Безу и Гаусса. Разложение рациональной дроби. Интегрирование иррациональных функций.</p> <p>Интегрирование выражений вида : <math>R(\cos x, \sin x)</math> и <math>\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx</math>.</p> <p>Определенный интеграл. Вычисление площади криволинейной трапеции. Свойства определенного интеграла. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о среднем. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Геометрический смысл несобственного интеграла. Сходимость несобственных интегралов. Интеграл от разрывной функции. Приложения определенных интегралов. Вычисление площадей в прямоугольных координатах. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах. Вычисление объема тела по площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.</p>	10
7.	7	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения первого порядка. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков. Теорема существования и единственности. Дифференциальные уравнения второго порядка, приводящие к уравнениям первого порядка. Линейные однородные</p>	8

		уравнения. Определитель Вронского. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные уравнения $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения 2-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных. Неодно-родные линейные уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения высших порядков.	
8.	8	Понятие ряда. Условие Коши сходимости рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Несобственный интеграл и ряд. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши. Ряд Лейбница. Признак Лейбница. Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Общие свойства степенных рядов. Ряды Тейлора. Применение рядов Тейлора к интегрированию функций и дифференциальных уравнений.	6
9.	9	Определение и геометрическое изображение функции нескольких переменных. Частное и полное приращение функции. Непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация частных производных. Полное приращение и полный дифференциал. Производная сложной функции. Полная производная. Производная от функции, заданной неявно. Частные производные различных порядков. Уравнение касательной и нормальной плоскости к кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Максимум и минимум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума. Условные максимумы и минимумы функции нескольких переменных. Особые точки кривой.	10
10.	10	Задача приводящая к понятию 2-ого интеграла. Определение 2-ого интеграла. Теорема существования. Свойства 2-ых интегралов. Вычисление 2-ого интеграла. Прямоугольная область. Вычисление 2-ого интеграла. Произвольная область. Замена переменных в 2-ом интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Применение 2-ых интегралов. Вычисление объемов тел, площадей плоских фигур. Связь с обыкновенным интегралом. Площадь криволинейной поверхности. Вычисление массы неоднородной фигуры. Момент инерции площади плоской фигуры. Координаты центра тяжести площади плоской фигуры и статические моменты. Задача о нахождении массы 3-х мерного тела с переменной плотностью. Определение 3-ого интеграла. Теорема о существовании 3-ого интеграла. Свойства 3-ого интеграла. Вычисление 3-ого интеграла. Замена переменных в 3-ом интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах. Применение 3-ых интегралов. Масса тела. Статические моменты относительно координатных плоскостей. Моменты инерции. Координаты центра тяжести тела.	10
11.	11	Задача о вычислении работы переменной силы вдоль криволинейного пути. Векторная форма записи криволинейного интеграла. Свойства криволинейных интегралов. Вычисление криволинейных интегралов и условие существования. Выражение площади области, ограниченной кривой, через криволинейный интеграл. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Интегралы по площади поверхности (Поверхностные интегралы 1-го рода). Вычисление поверхностных интегралов 1-ого рода. Поверхностные интегралы по координатам (Поверхностные интегралы 2-ого рода). Физический смысл поверхностного интеграла 2-ого рода. Координатная форма записи поверхностного интеграла 2-ого рода. Условие существования поверхностного интеграла и правила его вычисления. Применение поверхностных интегралов к вычислению объемов тел. Свойства поверхностных интегралов 2-ого рода.	8

12.	12	Поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент. Свойства градиента. Формула Стокса. Теорема Стокса. Формула Остроградского. Физический смысл формулы Остроградского. Оператор Гамильтона. Некоторые его применения. Оператор Лапласа.	4
13.	13	Определение. Постановка задачи. Коэффициенты Фурье. Теорема Дирихле. Замечание о разложении периодической функции в ряд Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье для функции с периодом $2\ell$ . Разложение в ряд Фурье непериодической функции. Интеграл Дирихле. Сходимость ряда Фурье в данной точке. Некоторые достаточные условия сходимости ряда Фурье. Практический гармонический анализ.	6
14.	14	Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Основные формулы комбинаторики. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Ограниченность классического определения вероятности. Статистическая вероятность. Свойства статистической вероятности. Геометрические вероятности. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Полная группа событий. Противоположные события. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Теорема сложения вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формула Байеса. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Простейший поток событий. Свойства потоков событий. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Вероятностный смысл математического ожидания. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях. Целесообразность введения числовой характеристики рассеяния случайной величины. Отклонение случайной величины от ее мат. ожидания. Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях. Среднее квадратическое отклонение. Среднее квадратическое отклонение суммы взаимно независимых случайных величин. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины. Начальные и центральные теоретические моменты. Определение функции распределения и ее свойства. График функции распределения. Определение плотности распределения. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Геометрический смысл плотности распределения. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения. Свойства плотности распределения. Закон равномерного распределения вероятностей. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Нормальное распределение. Нормальная кривая. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило 3-х сигм. Определение показательного распределения. Вероятность попадания в заданный интервал показательного распределенной случайной величины. Числовые характеристики показательного распределения. Функция надежности. Показательный закон надежности. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы и ее значение для практики. Теорема Бернулли. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания случайной величины в полуполосу. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник. Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины. Нахождение функции распределения системы по известной плотности распределения.	24



		<p>Вероятностный смысл двумерной плотности вероятности. Вероятность попадания случайной точки в произвольную область. Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскание плотностей вероятности составляющих двумерной случайной величины. Условные законы распределения составляющих системы дискретных и непрерывных случайных величин. Условное мат. ожидание. Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Прямые линии среднееквадратической регрессии. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднееквадратической регрессии по несгруппированным данным.</p>	
15.	15	<p>Задача математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Статистические оценки параметров распределения. Генеральная средняя. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Отклонение от общей средней и его свойства. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия. Формула для вычисления дисперсии. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Распределение "хи квадрат". Распределение Стьюдента. Распределение F Фишера-Снедекора. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки мат. ожидания нормального распределения при известном <math>\sigma</math>. Доверительные интервалы для оценки мат. ожидания нормального распределения при неизвестном <math>\sigma</math>. Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения <math>\sigma</math> нормального распределения. Оценка точности измерений. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда. Условные варианты. Эмпирические и выравнивающие (теоретические) частоты. Построение нормальной кривой по опытным данным. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Отыскание правосторонней, левосторонней и двусторонней критических областей. Мощность критерия. Уровень значимости статистического критерия. Проверка гипотез о мат. ожидании случайной величины, распределенной по нормальному закону. Проверка гипотез о дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.</p>	10

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:

### а) основная литература

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1984.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1988.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФПК. – М.: Наука, 1985.
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: задачник. – М.: Наука, 1982.

5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.:Высшая школа, 1998.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления, т. 1, 2. - М.: Наука, 1985.
7. Шипачев В.С. Высшая математика. – М.:Высшая школа, 1985.
8. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. – М.:Высшая школа, 1998.
9. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М.: Наука, 1985.
10. Сборник задач по математике для ВТУЗов. Под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. - М.: Наука, 1981, ч.1-2.
11. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. - М.: Наука, 1999.
12. Агапов Г.И. Задачник по теории вероятностей. – М.:Высшая школа, 1994.
13. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.:Высшая школа, 1977.

б) дополнительная литература

1. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1999.
  2. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1, 2. – Альфа, 1998.
- Вентцель Е.С., Овчаров А.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988.

в) методическое обеспечение дисциплины

1. Ногинова Л.Ю., Кажан В.А., Веселова Г.В. «Обыкновенные дифференциальные уравнения.» Учебно-методическое пособие с расчетными заданиями для студентов 1-ого курса. – М.: МГУП, 2006.
2. Кажан В.А. «Ряды.» Учебные задания с методическими указаниями и консультациями для студентов 1-ого и 2-ого курсов всех факультетов. - М.: МГУП, 2008.
3. Ткачев Г.А., Денисова О.И. «Теория вероятностей в природообустройстве.» - М.: МГУП, 2006.
4. Михальский К.А. «Методические указания по комплексным числам и некоторым их приложениям.» (2-ое издание.) - М.: МГУП, 1995.

Программа разработана в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению (специальности) 280402 – «Природоохранное обустройство территорий»  
(указывается номер и наименование направления подготовки и специальности в соответствии с ГОС)

Программу разработала: к.ф.-м.н., доцент Ногинова Л.Ю.  
(уч. звание, должность, Ф.И.О. (подпись))

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры *Высшей математики*  
 протокол №      от « 16 » ноября 2010 года

Зав. кафедрой д.ф.-м.н., проф. Успенский С.В.  
(уч. звание, должность, Ф.И.О. (подпись))

Программа утверждена на заседании учебно-методической комиссии цикла  
 естественнонаучных дисциплин  
 протокол №      от «      » 2010 года

Председатель УМК цикла ЕНД к.т.н., доцент Снежко В.Л.  
(уч. звание, должность, Ф.И.О. (подпись))

## Вопросы к зачету для студентов 1-ого курса.

*1-ый семестр.*

- **Определители 2-ого и 3-ьего порядка, их свойства. Алгебраические дополнения. Решение систем линейных уравнений. Правило Крамера.**

1. Определители 2-ого порядка и их свойства.
2. Определители 3-его порядка и их свойства.
3. Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера.
4. Решение систем линейных уравнений с 3-мя неизвестными. Правило Крамера.
5. Алгебраические дополнения и миноры.

- **Векторная алгебра.**

1. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат. Связь декартовых и полярных координат.
2. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении.
3. Определение вектора. Линейные операции над векторами.
4. Линейная зависимость и независимость векторов.
5. Понятие базиса. Координаты вектора в данном базисе.
6. Свойства, характерные для ортонормированного базиса. Направляющие косинусы и модуль вектора.
7. Линейные операции над векторами в координатной форме.
8. Основные теоремы о проекциях векторов.
9. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами.
10. Векторное произведение и его свойства.
11. Смешанное произведение векторов и его свойства. Условие компланарности векторов.

- **Аналитическая геометрия.**

1. Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой.
2. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой “в отрезках”.
3. Расстояние от точки до прямой.
4. Нормальное уравнение прямой.
5. Угол между 2-мя прямыми. Условие перпендикулярности и параллельности 2-ух прямых.
6. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
7. Плоскость как поверхность 1-ого порядка.
8. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости “в отрезках”.
9. Нормальное уравнение плоскости.
10. Расстояние от точки до плоскости.
11. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.
12. Уравнение прямой линии в пространстве.
13. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Угол между прямой и плоскостью.

- **Кривые 2-ого порядка.**

1. Окружность и эллипс. Параметрические уравнения эллипса и окружности.
2. Гипербола.
3. Парабола.

- **Математический анализ.**

1. Предел последовательности.
2. Предел функции. Общие сведения о функции.
3. Односторонние пределы.
4. Бесконечно малые величины. Теоремы о свойствах бесконечно малых величин.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие и связь между ними.

6. Теоремы о пределах.
7. Признаки существования пределов.
8. Первый замечательный предел.
9. Второй замечательный предел.
10. Критерий Коши существования предела функции.
11. Сравнение бесконечно малых величин. Основные теоремы об эквивалентных бесконечно малых величинах.
12. Непрерывные функции и их свойства. Непрерывность в точке и на интервале.
13. Теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного.
14. Непрерывность сложной и обратной функций.
15. Точки разрыва функции и их классификация.
16. Производная. Ее физический и геометрический смысл.
17. Уравнения касательной и нормали к кривой.
18. Понятие дифференцируемости функции в данной точке. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности функции.
19. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного.
20. Производные сложной и обратной функций.
21. Производные элементарных функций.
22. Понятие логарифмической производной.
23. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
24. Дифференциал функции. Его геометрический смысл.
25. Дифференциал сложной функции.
26. Теорема Ферма.
27. Теорема Ролля.
28. Теоремы Коши и Лагранжа.
29. Правило Лопиталя.
30. Раскрытие неопределенностей вида:  
 $[0 \cdot \infty], [1^\infty], [0^0], [\infty^0], [\infty - \infty]$ .
31. Формула Тейлора.
32. Условия монотонности функции на интервале.
33. Необходимое и достаточные условия существования экстремума.
34. Направление выпуклости графика функции.
35. Необходимое и достаточные условия существования точек перегиба.
36. Асимптоты графика функции.

## **Экзаменационные вопросы для студентов 1-ого курса.**

*2-ой семестр.*

### I. Интегральное исчисление функции одной переменной:

1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Основные методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям.
4. Комплексные числа. Свойства комплексных чисел.
5. Разложение многочленов на множители. Теоремы Безу и Гаусса.
6. Разложение рациональной дроби.
7. Интегрирование иррациональных функций.

8. Интегрирование выражений вида :  $R(\cos x, \sin x)$  и  $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$ .
9. Определенный интеграл. Вычисление площади криволинейной трапеции.
10. Свойства определенного интеграла.
11. Интеграл как функция верхнего предела.
12. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о среднем.
13. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.
14. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами.
15. Геометрический смысл несобственного интеграла.
16. Сходимость несобственных интегралов.
17. Интеграл от разрывной функции.
18. Приложения определенных интегралов. Вычисление площадей в прямоугольных координатах. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах. Вычисление объема тела по площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.

## II. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности.
2. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения первого порядка.
3. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения.
5. Линейные уравнения первого порядка.
6. Уравнение Бернулли.
7. Уравнение в полных дифференциалах.
8. Дифференциальные уравнения высших порядков. Теорема существования и единственности.
9. Дифференциальные уравнения второго порядка, приводящие к уравнениям первого порядка.
10. Линейные однородные уравнения. Определитель Вронского.
11. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
12. Линейные однородные уравнения  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами.
13. Неоднородные линейные уравнения 2-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
14. Неоднородные линейные уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами.
15. Неоднородные линейные уравнения высших порядков.

## III. Ряды.

1. Понятие ряда. Условие Коши сходимости рядов.
2. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Несобственный интеграл и ряд.
4. Действия с рядами.
5. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения, Даламбера, Коши.
6. Ряд Лейбница. Признак Лейбница.
7. Абсолютно сходящиеся ряды.
8. Условно сходящиеся ряды.
9. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.
10. Признак Вейерштрасса.
11. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
12. Степенные ряды. Теорема Абеля.
13. Общие свойства степенных рядов.

14.Ряды Тейлора.

15.Применение рядов Тейлора к интегрированию функций и дифференциальных уравнений.

#### IV.Функции нескольких переменных.

1. Определение и геометрическое изображение функции нескольких переменных.
2. Частное и полное приращение функции.
3. Непрерывность функции нескольких переменных.
4. Частные производные функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация частных производных.
5. Полное приращение и полный дифференциал.
6. Производная сложной функции. Полная производная.
7. Производная от функции, заданной неявно.
8. Частные производные различных порядков.
9. Уравнение касательной и нормальной плоскости к кривой.
- 10.Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 11.Максимум и минимум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.
- 12.Условные максимумы и минимумы функции нескольких переменных.
- 13.Особые точки кривой.

#### **Вопросы к зачету для студентов 2-ого курса.**

*3-ий семестр.*

##### I. Кратные интегралы.

###### 1. Двойные интегралы.

- 1) Задача приводящая к понятию 2-ого интеграла.
- 2) Определение 2-ого интеграла. Теорема существования.
- 3) Свойства 2-ых интегралов.
- 4) Вычисление 2-ого интеграла. Прямоугольная область.
- 5) Вычисление 2-ого интеграла. Произвольная область.
- 6) Замена переменных в 2-ом интеграле.
- 7) Двойной интеграл в полярных координатах.
- 8) Применение 2-ых интегралов. Вычисление объемов тел, площадей плоских фигур. Связь с обыкновенным интегралом.
- 9) Площадь криволинейной поверхности.
- 10) Вычисление массы неоднородной фигуры.
- 11) Момент инерции площади плоской фигуры.
- 12) Координаты центра тяжести площади плоской фигуры и статические моменты.

###### 2. Тройные интегралы.

- 1) Задача о нахождении массы 3-х мерного тела с переменной плотностью. Определение 3-ого интеграла. Теорема о существовании 3-ого интеграла.
- 2) Свойства 3-ого интеграла.
- 3) Вычисление 3-ого интеграла.
- 4) Замена переменных в 3-ом интеграле.
- 5) Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
- 6) Тройной интеграл в сферических координатах.

- 7) Применение 3-х интегралов. Масса тела. Статические моменты относительно координатных плоскостей. Моменты инерции. Координаты центра тяжести тела.

## II. Криволинейные и поверхностные интегралы.

### 1. Криволинейные интегралы.

- 1) Задача о вычислении работы переменной силы вдоль криволинейного пути.
- 2) Векторная форма записи криволинейного интеграла.
- 3) Свойства криволинейных интегралов.
- 4) Вычисление криволинейных интегралов и условие существования.
- 5) Выражение площади области, ограниченной кривой, через криволинейный интеграл.
- 6) Формула Грина.
- 7) Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

### 2. Поверхностные интегралы.

- 1) Интегралы по площади поверхности (Поверхностные интегралы 1-го рода). Вычисление поверхностных интегралов 1-ого рода.
- 2) Поверхностные интегралы по координатам (Поверхностные интегралы 2-ого рода). Физический смысл поверхностного интеграла 2-ого рода.
- 3) Координатная форма записи поверхностного интеграла 2-ого рода.
- 4) Условие существования поверхностного интеграла и правила его вычисления.
- 5) Применение поверхностных интегралов к вычислению объемов тел.
- 6) Свойства поверхностных интегралов 2-ого рода.

## III. Элементы теории поля.

- 1) Поверхности уровня. Производная по направлению.
- 2) Градиент. Свойства градиента.
- 3) Формула Стокса. Теорема Стокса.
- 4) Формула Остроградского. Физический смысл формулы Остроградского.
- 5) Оператор Гамильтона. Некоторые его применения. Оператор Лапласа.

## IV. Ряды Фурье.

- 1) Определение. Постановка задачи. Коэффициенты Фурье. Теорема Дирихле.
- 2) Замечание о разложении периодической функции в ряд Фурье.
- 3) Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
- 4) Ряд Фурье для функции с периодом  $2l$ .
- 5) Разложение в ряд Фурье непериодической функции.
- 6) Интеграл Дирихле.
- 7) Сходимость ряда Фурье в данной точке.
- 8) Некоторые достаточные условия сходимости ряда Фурье. Практический гармонический анализ.

## V. Уравнения математической физики.

- 1) Основные типы уравнений математической физики.
- 2) Вывод уравнения колебания струны. Формулировка краевой задачи.
- 3) Вывод уравнений электрических колебаний в проводах.
- 4) Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (методом Фурье).
- 5) Уравнение распространения тепла в стержне. Формулировка краевой задачи.

- 6) Решение уравнения теплопроводности методом Фурье.
- 7) Распространение тепла в пространстве.
- 8) Распространение тепла в неограниченном стержне. Интеграл Пуассона.
- 9) Задача, приводящая к исследованию решений уравнения Лапласа. Формулировка краевых задач. Стационарное распределение температуры в однородном теле.
- 10) Потенциальное течение жидкости или газа. Уравнение неразрывности.
- 11) Потенциал стационарного электрического тока.
- 12) Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах. Решение задачи Дирихле для кольца с постоянными значениями искомой функции на внутренней и внешней окружностях.

## **Экзаменационные вопросы для студентов 2-ого курса.**

*4-ый семестр.*

### I. Основные понятия теории вероятностей.

1. Предмет теории вероятностей. Виды случайных событий. Классическое определение вероятности.
2. Свойства вероятности. Основные формулы комбинаторики.
3. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты.
4. Ограниченность классического определения вероятности. Статистическая вероятность. Свойства статистической вероятности.
5. Геометрические вероятности.

### II. Теорема сложения вероятностей.

1. Теорема сложения вероятностей несовместных событий.
2. Полная группа событий. Противоположные события.

### III. Теорема умножения вероятностей.

1. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
2. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий.
3. Вероятность появления хотя бы одного события.

### IV. Следствия теорем сложения и умножения.

1. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
2. Формула полной вероятности.
3. Вероятность гипотез. Формула Бейеса.

### V. Повторение испытаний.

1. Формула Бернулли.
2. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
3. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

### VI. Виды случайных величин.

1. Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины.
2. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
3. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
4. Простейший поток событий. Свойства потоков событий.



## 5. Геометрическое и гипергеометрическое распределения.

### VII. Математическое ожидание дискретной случайной величины.

1. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
2. Вероятностный смысл математического ожидания. Свойства математического ожидания.
3. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях.

### VIII. Дисперсия дискретной случайной величины.

1. Целесообразность введения числовой характеристики рассеяния случайной величины. Отклонение случайной величины от ее мат. ожидания.
2. Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии.
3. Свойства дисперсии.
4. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях.
5. Среднее квадратическое отклонение. Среднее квадратическое отклонение суммы взаимно независимых случайных величин.
6. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины.
7. Начальные и центральные теоретические моменты.

### IX. Функция распределения вероятностей случайной величины.

1. Определение функции распределения и ее свойства. График функции распределения.

### X. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.

1. Определение плотности распределения. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Геометрический смысл плотности распределения.
2. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения. Свойства плотности распределения.
3. Закон равномерного распределения вероятностей.

### XI. Нормальное распределение.

1. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
2. Нормальное распределение. Нормальная кривая.
3. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило 3-х сигм.

### XII. Показательное распределение.

1. Определение показательного распределения. Вероятность попадания в заданный интервал показательного распределенной случайной величины. Числовые характеристики показательного распределения.
2. Функция надежности. Показательный закон надежности.

### XIII. Закон больших чисел.

1. Неравенство Чебышева.
2. Теорема Чебышева. Сущность теоремы и ее значение для практики.
3. Теорема Бернулли.

#### XIV. Система двух случайных величин.

1. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
2. Вероятность попадания случайной величины в полуполосу. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник.
3. Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины. Нахождение функции распределения системы по известной плотности распределения. Вероятностный смысл двумерной плотности вероятности.
4. Вероятность попадания случайной точки в произвольную область. Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскание плотностей вероятности составляющих двумерной случайной величины.
5. Условные законы распределения составляющих системы дискретных и непрерывных случайных величин.
6. Условное мат. ожидание. Зависимые и независимые случайные величины.
7. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
8. Линейная регрессия. Прямые линии среднеквадратической регрессии.
9. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии.
10. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратической регрессии по несгруппированным данным.

#### XV. Элементы математической статистики.

1. Задача математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки.
2. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
3. Статистические оценки параметров распределения. Генеральная средняя. Выборочная средняя.
4. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Отклонение от общей средней и его свойства.
5. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия. Формула для вычисления дисперсии.
6. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.
7. Распределение “хи квадрат”. Распределение Стьюдента. Распределение F Фишера-Снедекора.
8. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал.
9. Доверительные интервалы для оценки мат. ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ .
10. Доверительные интервалы для оценки мат. ожидания нормального распределения при не известном  $\sigma$ .
11. Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения  $\sigma$  нормального распределения.
12. Оценка точности измерений. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте.
13. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
14. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.

#### XVI. Методы расчета сводных характеристик выборки.

1. Условные варианты. Эмпирические и выравнивающие (теоретические) частоты. Построение нормальной кривой по опытным данным.

#### XVII. Статистическая проверка статистических гипотез.

1. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия.

2. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки.
3. Отыскание правосторонней, левосторонней и двусторонней критических областей. Мощность критерия. Уровень значимости статистического критерия.
4. Проверка гипотез о мат. ожидании случайной величины, распределенной по нормальному закону.
5. Проверка гипотез о дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону.
6. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.

## ГЛОССАРИЙ

### **Асимптота**

Прямая называется асимптотой кривой, если расстояние от переменной точки  $M$  кривой до этой прямой при удалении точки  $M$  в бесконечность стремится к нулю.

### **Вектор**

Вектор – это направленный отрезок.

### **Векторное произведение**

Векторным произведением двух векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется вектор  $\vec{c}$  такой, что:

- 1) длина вектора  $\vec{c}$  равна произведению длин векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  на синус угла между ними,
- 2) вектор  $\vec{c}$  перпендикулярен вектору  $\vec{a}$  и вектору  $\vec{b}$ ,
- 3) векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  образуют правую тройку векторов.

### **Векторное поле**

Если в каждой точке  $M(x, y, z)$  области  $G$  пространства определен вектор  $\vec{a}(M)$ , то говорят, что в области  $G$  задано векторное поле  $\vec{a}(M) = \{P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z)\}$ .

### **Градиент функции**

Градиентом функции  $u = u(x, y, z)$  в точке  $M$  называется вектор, координатами которого являются частные производные функции  $u = u(x, y, z)$  в точке  $M$ , т.е.  $\text{grad } u = \{u'_x, u'_y, u'_z\}$ .

### **Гистограмма относительных частот**

Гистограммой относительных частот называется ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины  $h$ , а высоты равны отношению  $\frac{w_i}{h}$  (плотность относительной частоты).

### **Гистограмма частот**

Гистограммой частот называется ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины  $h$ , а высоты равны отношению  $\frac{n_i}{h}$  (плотность частоты).

### **Дивергенция**

Дивергенцией векторного поля  $\vec{a}(M) = \{P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z)\}$  называется выражение  $P'_x + Q'_y + R'_z$  и обозначается  $\text{div } \vec{a}$ , т.е.  $\text{div } \vec{a} = P'_x + Q'_y + R'_z$ .

### **Дисперсия**

Дисперсией дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания:

$$D(x) = M(x - M(x))^2.$$

### **Дифференциал**

Дифференциалом функции называется линейная часть приращения функции. Если  $f$  - дифференцируемая функция одной или нескольких переменных, то справедливо (для функций двух переменных) равенство

$$f(x_0 + \Delta x; y_0 + \Delta y) - f(x_0; y_0) = \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x_0; y_0) \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0; y_0) \Delta y \right) + \alpha(\Delta x; \Delta y) \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

где  $\alpha(\Delta x; \Delta y)$  величина, стремящаяся к 0 при приближении точки  $(\Delta x; \Delta y)$  к точке  $(0; 0)$ . Первое слагаемое в приведённой формуле и есть дифференциал. Дифференциал функции обозначают  $df$  и

коротко записывают так:  $df = f'(x)dx$  для функции одной переменной,  $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$  для

функции двух и более переменных. Последняя формула называется также формулой *полного дифференциала*.

### **Дифференциальные уравнения первого порядка**

Уравнение вида  $F(x, y, y') = 0$ , где  $x$  - независимая переменная;  $y$  - искомая функция;  $y'$  - ее производная, называется дифференциальным уравнением первого порядка.

### **Классическое определение вероятности**

Вероятностью события  $A$  называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу.

### **Коллинеарные вектора**

Вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

### **Компланарные вектора**

Векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

### **Локальный максимум функции**

Значение  $f(x_0)$  называется локальным максимумом функции  $f(x)$  на  $(a, b)$ , если существует окрестность  $U(x_0)$  точки  $x_0$  такая, что  $U(x_0) \subset (a, b)$ , и для всех  $x \in U(x_0) \setminus \{x_0\}$  выполнено неравенство  $f(x) < f(x_0)$ .

### **Локальный минимум функции**

Значение  $f(x_0)$  называется локальным минимумом функции  $f(x)$  на  $(a, b)$ , если существует окрестность  $U(x_0)$  точки  $x_0$  такая, что  $U(x_0) \subset (a, b)$ , и для всех  $x \in U(x_0) \setminus \{x_0\}$  выполнено неравенство  $f(x) > f(x_0)$ .

### **Локальный экстремум функции**

Максимум или минимум функции  $f(x)$  называется локальным экстремумом функции  $f(x)$  на  $(a, b)$ .

### **Математическое ожидание**

Одна из числовых характеристик случайной величины. Математическое ожидание дискретной случайной величины находится как сумма произведений значений случайной величины на их вероятности, а непрерывной случайной величины как интеграл по всей прямой от плотности распределения, умноженной на переменную интегрирования.

### **Матрица**

*Матрицей* называется прямоугольная таблица чисел. Числа в этой таблице называются *элементами матрицы*. Если матрицу обозначают буквой  $A$ , то элемент матрицы стоящий в строке с номером  $i$  и столбце с номером  $j$  обычно обозначают  $a_{ij}$ . Например

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{33} \end{pmatrix}$$

### **Неопределённый интеграл**

*Неопределённым интегралом* функции называется на интервале называется множество первообразных функции на этом интервале. Все эти первообразные отличаются друг от друга на постоянную величину. Например

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C \text{ на } (-\infty; +\infty) \text{ или } \int x^{-1} dx = \ln(-x) + C \text{ на } (-\infty; 0).$$

### **Определитель матрицы**

*Определитель матрицы* это число поставленное в соответствие каждой матрице имеющей одинаковое число строк и столбцов. Для матриц второго и третьего порядка это число можно найти по формулам

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc, \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + cdh - afh - bdi - ceg$$

### Первообразная

Функция, производная от которой равна данной функции в каждой точке интервала называется первообразной функции на интервале.

### Расходящийся числовой ряд

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  называется расходящимся, если предел его частичной суммы

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$  не существует или равен бесконечности.

### Решение обыкновенного дифференциального уравнения

Решением обыкновенного дифференциального уравнения называется всякая функция  $y = \varphi(x)$ , которая, будучи подставлена в это уравнение, обратит его в тождество.

### Ротор

Ротором (или вихрем) векторного поля  $\mathbf{a} = (P, Q, R)$  называется вектор

$$\text{rot } \mathbf{a} = \left( \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right).$$

### Скалярное поле

Пусть задана некоторая область в пространстве. Говорят, что в этой области задано скалярное поле  $u(M)$ , если каждой точке  $M$  в этой области поставлено в соответствие некоторое число  $u(M)$ .

### Скалярное произведение

Скалярным произведением двух ненулевых векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  называется число  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ , равное произведению длин этих векторов, помноженному на косинус угла  $\varphi$  между ними:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos \varphi$ .

По определению  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{0} = \mathbf{0} \cdot \mathbf{a} = 0$ .

### Смешанное произведение

Пусть  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  - векторы, а  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  - векторное произведение векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . Смешанным произведением векторов  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  называется число, равное скалярному произведению вектора  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  на вектор  $\mathbf{c}$ .

Обозначение:  $abc$ . Таким образом:  $abc = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ .

### Степенной ряд

Выражение вида

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots,$$

где  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  - постоянные числа, а  $x$  - переменная величина, называется степенным рядом.

### Сходящийся числовой ряд

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  называется сходящимся, если существует конечный предел последовательности  $\{S_n\}$  его частичных сумм:  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = S$ . В этом случае указанный предел называется суммой ряда.

### Точка перегиба

Точка перегиба кривой называется такая ее точка, которая отделяет участок выпуклости от участка вогнутости.

### Функция распределения

Функция распределения случайной величины  $X$  называется числовая функция  $F(x) = P(X < x)$

### Частная производная по $x$

Частная производная по  $x$  для функции двух переменных  $f(x, y)$  называется функция

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

### Частная производная по $y$

Частная производная по  $y$  для функции двух переменных  $f(x, y)$  называется функция

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

### Числовой ряд

Числовой ряд - выражение вида

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \quad \text{или} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

где  $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$ ,  $a_n$  - числовое выражение, зависящее от  $n$

### Эмпирическая функция распределения

Эмпирическая функция распределения - числовая функция

$$F_n^*(x) = \frac{n_x}{n},$$

где  $n$  - объем выборки,

$n_x$  - число вариантов, меньших  $x$

Учебная дисциплина: Математика

Кафедра: Высшей математики

Специальность: 280402 – «Природоохранное обустройство территорий»

Общее количество часов по дисциплине: 540 часов, в том числе:

Лекции 102 часов; практические занятия (семинары): 136 часов, самостоятельная работа: 230 часов

<i>Автор, название, город, издательство, год.</i>	<i>Объем (п.л.)</i>	<i>Среднее количество студентов, чел</i>	<i>Количество экземпляров в библиотеке университета, на кафедре</i>	<i>Обеспеченность студентов литературой %</i>
Шипачёв В.С. Высшая математике, М. : Высшая школа, 2005.		35	40	100
Шипачев В.С. Задачник по высшей математике, М.: Высшая школа, 2009.		35	40	100
Гмурман В. Е. Теория вероятностей и Математическая статистика, М., Высшая школа,2004.		35	40	100

Преподаватель кафедры

к.ф.-м.н., доц. *Ногинова Л.Ю.*

Заведующий кафедрой

д.ф.-м.н., проф. *Успенский С.В.*

« 09 » декабря 2010 г.