

Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА»**

Кафедра высшей математики
(название кафедры)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

математика
(наименование дисциплины)

основной образовательной программы по направлению подготовки (специальности)

280302 Комплексное использование и охрана водных ресурсов
(код, наименование направления (специальности))

Министерство образования Российской Федерации

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель Министра
образования Российской Федерации

_____ **В.Д.Шадриков**

«17» марта 2000 г.

Регистрационный № 166 тех\дс

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ
СТАНДАРТ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**направление подготовки дипломированного специалиста
656800 ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ И ВОДОПОЛЬЗОВАНИЕ**

квалификация - инженер

Вводится с момента утверждения.

Москва 2000 г.

/

Индекс	Наименование дисциплин и их основные разделы	Всего Часов
1	2	3
ЕН.00	Математические и естественнонаучные Дисциплины	2117
ЕН.Ф.01	Математика Алгебра: основные алгебраические структуры, векторные пространства и линейные отображения, булевы алгебры; геометрия: аналитическая геометрия, многомерная евклидова геометрия, дифференциальная геометрия кривых и поверхностей, элементы топологий; дискретная математика: логические исчисления, графы, теория алгоритмов, языки и грамматики, автоматы, комбинаторика; анализ: дифференциальное и интегральное исчисления, элементы теории функций и функционального анализа, теория функций комплексного переменного, дифференциальные уравнения; вероятность и статистика: элементарная теория вероятностей, математические основы теории вероятностей, модели случайных процессов, проверка гипотез, принцип максимального правдоподобия, статистические методы обработки экспериментальных данных; математические методы в водном хозяйстве.	600

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФГОУ ВПО «Московский государственный университет
природообустройства»**

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета «Природообустройство и водопользование»

_____ И.В. Корнеев

« _____ » _____ 2010 г.

РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

_____ математика _____

для специальности

280302 Комплексное использование и охрана водных ресурсов

Кафедра высшей математики _____

Виды учебной работы	часов	1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр
		р	р	р	р
Общая трудоемкость	600	145	155	155	145
Аудиторные занятия:	306	68	85	85	68
Лекции	136	34	34	34	34
Практические занятия, семинары	170	34	51	51	34
Самостоятельная работа	294	77	70	70	77
Курсовая работа (проект) (КР, КП), Расчетно-графическая работа (РГР)	20	10		10	
Домашнее задание (ДЗ)					
Реферат (Р)					
Вид итогового контроля		зачет	экзамен	зачет	экзамен

Москва 2010 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавра. Целью математического образования бакалавра является: привитие навыков современных видов математического мышления, использование математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности, воспитание достаточно высокой математической культуры. Математическая культура включает в себя ясное понимание необходимости математического образования в общей подготовке бакалавра, в том числе выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Дисциплины, на которых основано изучение данной дисциплины:

Дисциплина «Математика» относится к математическому и естественнонаучному циклу. Её изучение не требует предварительных знаний, выходящих за пределы программы общеобразовательной средней школы. Студент должен уметь проводить алгебраические преобразования, решать уравнения и неравенства, знать основные тригонометрические формулы, проводить тригонометрические преобразования, решать тригонометрические уравнения и неравенства, знать основные геометрические фигуры и уметь находить их площади, знать основные виды многогранников и тел вращения и уметь вычислять площади поверхностей и объёмы. У него должно быть сформировано понятие функции, ее графика и основных ее свойств (монотонность, четность, периодичность).

Дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей:

инженерная геодезия, начертательная геометрия, инженерная графика, информатика, теоретическая механика, сопротивление материалов, металлические конструкции, физика, экономика, гидравлика, материаловедение, технология конструкционных материалов, метрология, стандартизация и сертификация, общая электротехника и электроника, механика грунтов, инженерная геология, архитектура, архитектура гражданских и промышленных зданий, строительная механика, железобетонные и каменные конструкции, конструкции из дерева и пластмасс, основания и фундаменты, строительные машины, основания и фундаменты, технология строительных процессов, теория сооружений, металлические конструкции.

2. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Специалист должен:

знать:

основы линейной алгебры и аналитической геометрии, методы математического анализа в части дифференциального и интегрального исчисления; теорию дифференциальных уравнений и рядов; основы теории вероятностей и математической статистики.

уметь:

решать системы линейных уравнений, вычислять производные и интегралы, решать дифференциальные уравнения, обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний.

владеть:

математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к техническим наукам.

3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Трудоемкость (час)								
		Лекции	Практические занятия, семинары	Лабораторные работы	Вид самостоятельной работы*					
					Л	ПЗ	ЛР	Р	КП, КР	РГР ДЗ
1	Алгебра	10	12		6	10				
2	Геометрия	10	14		8	12				
3	Математический анализ	56	77		40	65			18	
4	Теория функций комплексной переменной	4	4		2	4				
5	Дифференциальные уравнения	16	21		14	20			10	
6	Теория вероятностей.	20	22		17	21			5	
7	Математическая статистика.	12	10		8	9			5	
8	Дискретная математика	8	10		10	10				
	ИТОГО	136	170		105	151			38	

* подготовка к лекциям (Л), практическим занятиям (ПЗ), лабораторным работам (ЛР), подготовка реферата (Р), раздела КП, КР, РГР, ДЗ

3.2 Содержание разделов дисциплины

1. Алгебра. Векторы. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Векторные пространства. Основные сведения о матрицах. Виды матриц. Действия над матрицами. Определители квадратных матриц и способы их вычисления. Свойства определителей. невырожденные матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений с невырожденной матрицей. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Линейные операторы. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Алгебра многочленов.

2. Геометрия. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, проходящей через данную точку. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой в «отрезках». Нормальное уравнение прямой. Кривые второго порядка. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между двумя векторами. Условия ортогональности двух векторов. Направляющие косинусы вектора. Векторное и смешанное произведения векторов, их свойства. Условие компланарности трех векторов. Уравнение поверхности в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, с заданным нормальным вектором. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в «отрезках». Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Уравнения прямой линии в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две точки. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Задачи на прямую и плоскость в пространстве: угол между прямой и плоскостью, условия пересечения прямой плоскости, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Поверхности второго порядка.

3. Математический анализ. Функции. Предел функции. Предел последовательности. Бесконечно малые величины и их свойства. Бесконечно большие величины. Основные теоремы

о пределах функций. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Определение непрерывности функции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность суммы, произведения и частного двух функций. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к кривой. Производная постоянной, суммы, произведения и частного двух функций. Дифференцируемость функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Производная обратной функции. Производная сложной функции. Таблица производных. Производные высших порядков. Производные функции, заданной параметрически. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей и правило Лопиталья. Формула Тейлора. Условия возрастания и убывания функции. Локальный экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Исследование на экстремум функции с помощью производных второго порядка. Исследование функций на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Общая схема построения графиков функций. Интегральное исчисление функции одной переменной. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные приемы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей. Понятие определенного интеграла. Условия существования определенного интеграла и его основные свойства. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Числовой ряд. Сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Теорема Лейбница. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена. Применение рядов к приближенным вычислениям. Понятие ортонормированной системы функций. Ортогональность тригонометрической системы на интервале $(-\pi; \pi)$. Тригонометрический ряд Фурье функций, заданных на интервале $(-\pi; \pi)$. Коэффициенты Фурье. Разложение в тригонометрический ряд Фурье функций, заданных на интервале $(-l; l)$. Условие Дирихле. Теорема о разложении функции в ряд Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Функции нескольких переменных. Геометрический смысл функции двух переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные. Дифференцируемость функции. Полный дифференциал. Производная сложной функции. Производные неявных функций. Частные производные высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума. Понятие кратного интеграла. Теорема существования кратных интегралов. Свойства кратных интегралов. Вычисление двойных и тройных интегралов последовательным интегрированием. Замена переменных в двойных и тройных интегралах. Полярные координаты на плоскости. Цилиндрические и сферические координаты. Приложение кратных интегралов к задачам геометрии и физики. Определение криволинейных интегралов первого и второго типов, их основные свойства и вычисление. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути интегрирования. Определение поверхностных интегралов первого и второго типов, их основные свойства и вычисление. Элементы теории поля. Скалярное поле. Поверхности уровня и линии уровня скалярного поля. Производная по направлению. Градиент. Векторное поле. Односторонние и двусторонние поверхности. Поток

векторного поля через поверхность. Физический смысл потока в поле скоростей жидкости. Теорема Остроградского и выражение потока векторного поля через замкнутую поверхность интегралом по объему. Дивергенция векторного поля. Соленоидальные поля. Циркуляция векторного поля. Работа силового поля. Теорема Стокса. Ротор поля. Потенциальные поля, условия потенциальности поля. Оператор Гамильтона.

4. Теория функций комплексной переменной. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Функции комплексной переменной. Производная функции комплексной переменной.

5. Дифференциальные уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Общие сведения об уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейная зависимость и линейная независимость функций на отрезке. Определитель Вронского и его свойства. Структура общего решения линейного однородного уравнения и линейного неоднородного уравнения. Решение линейных уравнений методом вариации произвольных постоянных. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Отыскание частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами методом подбора по виду правой части. Системы дифференциальных уравнений. Основные типы уравнений математической физики. Уравнение свободных колебаний струны и граничные условия. Задача Коши. Метод разделения переменных или метод Фурье.

6. Теория вероятностей. Предмет теории вероятностей. Случайные события. Алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Формула Пуассона. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа. Понятие случайной величины. Закон распределения. Функция распределения случайной величины. Вероятность попадания случайной величины на заданный участок. Плотность распределения. Роль и назначение числовых характеристик случайной величины. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Дискретные случайные величины: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона. Непрерывные случайные величины: равномерное распределение, показательное распределение, нормальное распределение. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. Простейший поток событий. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Системы 2-х случайных величин. Вероятность попадания случайной точки в двумерную область. Плотность вероятности системы 2-х случайных величин, ее свойства. Условный закон распределения. Числовые характеристики системы 2-х случайных величин. Коэффициент корреляции. Нормальный закон распределения. Линейная регрессия.

7. Математическая статистика. Предмет и задачи статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора. Статистическая функция распределения. Графическое изображение статистических рядов. Основные понятия теории оценок. Классификация точечных оценок. Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия. Доверительные интервалы. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального распределения. Статистическая гипотеза. Статистический критерий проверки гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Уровень

значимости статистического критерия. Мощность критерия. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Элементы теории корреляции: условные средние, выборочный коэффициент корреляции, выборочные уравнения регрессии.

8. Дискретная математика. Логика высказываний. Логические операции. Понятие множества. Операции над множествами. Алгебра множеств. Булевы алгебры. Отображение множеств. Основные понятия комбинаторики. Элементы теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Матричное задание графа. Матрицы смежности и матрицы инцидентности графов.

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Рекомендуемая литература

а) основная

1. Шипачев В.С. Высшая математика, М., Высшая школа, 1998.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика, М., Высшая школа, 2004.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике, М., Высшая школа, 2006.

б) дополнительная

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, М., Наука, 1984.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление, М., Наука, 1988.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. ФКП, М., Наука, 1985.
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Задачник, М., Наука, 1982.
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике, М., Высшая школа, 1998.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления, т. I, II, М., Наука, 1985.
7. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа, М., Наука, 1985.
8. Сборник задач по математике для втузов, Под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича, М., Наука, ч.1, 2, 1981.
9. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии, М., Наука, 2007.
10. Агапов Г.И. Задачник по теории вероятностей, М., Высшая школа, 1994.
11. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Аналитическая геометрия, М., Наука, 1999.
12. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа, Т. 1, 2, Альфа, 1998.
13. Вентцель Е.С., Овчаров А.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения, М., Наука, 1988.
14. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику, М., Наука, 1979.
15. Горбатов В.А., Горбатов А.В., Горбатова М.В. Дискретная математика, М., АСТ: Астрель, 2006.
16. Галушкина Ю.И., Марьямов А.Н. Конспект лекций по дискретной математике, М., Айрис-пресс, 2007.
17. Осипова В.А. Основы дискретной математики. М., Форум, 2006.

4.2 Методическое обеспечение дисциплины

1. Кажан В.А. Ряды. Учебно-методические указания с расчетными заданиями и консультациями. Издательство МГУП. 2008.
2. Ногинова Л.Ю., Кажан В.А., Веселова Г.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Учебно-методическое пособие с расчетными заданиями для студентов I курса. Издательство МГУП. 2006.
3. Таги-Заде А.К., Кажан В.А., Антонова В.А. Расчетно-графические работы по аналитической геометрии и основам математического анализа. Издательство МГУП. 2001.
4. Ткачев Г.А., Денисова О.И. Теория вероятностей в природообустройстве. Учебное пособие. Издательство МГУП. 2006.

Программа разработана в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению (специальности)

280302 Комплексное использование и охрана водных ресурсов

Программу разработал: доцент Мотанов В.Г.
(должность, Ф.И.О, подпись)

Программа рассмотрена на заседании кафедры высшей математики

16 ноября 2010 г.

Заведующий кафедрой _____ проф. Успенский С.В.(подпись)

Программа утверждена на заседании учебно-методической комиссии цикла естественнонаучных дисциплин, протокол № _____ от _____ 2010 г.

Председатель УМК цикла ЕНД к.т.н., доцент В.Л.Снежко _____(подпись)

**Вопросы к зачету по математике для студентов
1 курса 1 семестр.**

1. Векторы. Линейная зависимость векторов. Прямоугольный декартов базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Длина вектора.
2. Линейные операции над векторами в векторной и координатной формах.
3. Деление отрезка в данном отношении.
4. Скалярное произведение векторов, его свойства. Скалярное произведение в координатах. Условие ортогональности векторов.
5. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора на ось.
6. Векторное произведение векторов, его свойства. Векторное произведение в координатах. Условие коллинеарности двух векторов.
7. Смешанное произведение векторов, его свойства. Смешанное произведение в координатах. Условие компланарности трех векторов.
8. Общее уравнение плоскости, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
9. Уравнения прямой в пространстве, условия параллельности и перпендикулярности прямых, угол между прямыми.
10. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве: условия параллельности, перпендикулярности, принадлежности прямой плоскости, угол между плоскостью и прямой.
11. Уравнения прямой на плоскости, условия параллельности и перпендикулярности прямых, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.
12. Эллипс.
13. Гипербола.
14. Парабола.
15. Предел последовательности. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.
16. Бесконечно малые и бесконечно большие и связь между ними. Свойства бесконечно малых.
17. Предел функции. Основные теоремы о пределах.
18. Первый и второй замечательные пределы.
19. Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.
20. Непрерывные функции. Арифметические действия над непрерывными функциями.
21. Основные свойства непрерывных на отрезке функций.
22. Производная функции, ее геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали.
23. Дифференцируемость функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
24. Производные постоянной, суммы, произведения и частного.
25. Производные тригонометрических функций.

26. Производные степенной, показательной и логарифмической функций.
27. Производная сложной функции.
28. Обратная функция и ее производная. Производные обратных тригонометрических функций.
29. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
30. Теорема Ферма.
31. Теорема Ролля.
32. Теорема Лагранжа.
33. Теорема Коши.
34. Раскрытие неопределенностей и правило Лопиталя.
35. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение функций $y = \sin x$, $y = e^x$ по формуле Маклорена.
36. Условия монотонности функции.
37. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума.
38. Достаточное условие экстремума (с использованием первой производной).
39. Достаточное условие экстремума (с использованием второй производной).
40. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
41. Исследование направления выпуклости кривой. Точки перегиба.
42. Асимптоты кривой.

**Экзаменационные вопросы по математике для студентов
1 курса 2 семестр.**

1. Понятие функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
2. Частные производные функции двух переменных.
3. Полный дифференциал функции двух переменных.
4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
5. Производные сложных функций.
6. Производные функций заданных параметрически.
7. Частные производные второго порядка функции двух переменных.
8. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума.
9. Экстремум функции двух переменных. Достаточное условие экстремума.
10. Первообразная. Теорема о первообразных.
11. Неопределенный интеграл и его свойства.
12. Замена переменной в неопределенном интеграле.
13. Формула интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
14. Интегрирование выражений вида $\frac{mx + n}{ax^2 + bx + c}$, $\frac{mx + n}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$.
15. Простейшие рациональные дроби I, II, III, IV типа и их интегрирование.
16. Интегрирование рациональных дробей.
17. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Универсальная подстановка.
18. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
19. Определенный интеграл: определение и геометрический смысл.
20. Свойства определенного интеграла.
21. Интеграл с переменным верхним пределом, его производная по верхнему пределу.
22. Формула Ньютона-Лейбница.
23. Замена переменной в определенном интеграле.

24. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
25. Приложения определенного интеграла. Вычисление площади криволинейной трапеции.
26. Приложения определенного интеграла. Вычисление длины дуги кривой.
27. Приложения определенного интеграла. Вычисление объема тела вращения.
28. Несобственные интегралы.
29. Дифференциальные уравнения. Основные понятия. Теорема существования и единственности решения для уравнения первого порядка.
30. Дифференциальное уравнение первого порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения первого порядка. Уравнение с разделяющимися переменными. Однородное уравнение первого порядка.
31. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.
32. Дифференциальное уравнение второго порядка. Общее решение дифференциального уравнения второго порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
33. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общее решение дифференциального уравнения n -го порядка.
34. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка.
35. Линейно зависимые, линейно независимые функции. Определитель Вронского и его свойства.
36. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (корни характеристического уравнения действительные и различные).
37. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (корни характеристического уравнения действительные и совпадают).
38. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (корни характеристического уравнения комплексные).
39. Метод вариации постоянных для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
40. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Выбор частного решения в случае, когда правая часть уравнения $f(x) = P_n(x) e^{ax}$.
41. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Выбор частного решения в случае, когда правая часть уравнения $f(x) = e^{ax}(P_n(x) \cos bx + Q_m(x) \sin bx)$.

**Вопросы к зачету по математике
для студентов 2 курса 3 семестр.**

1. Двойной интеграл. Определение, теорема существования, геометрический смысл.
2. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
3. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты. Двойной интеграл в полярных координатах.
4. Тройной интеграл. Определение, геометрический смысл и вычисление в декартовых координатах.
5. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические координаты. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
6. Некоторые физические и геометрические приложения двойных и тройных интегралов.
7. Криволинейные интегралы I рода. Определение, физический смысл, вычисление.

8. Криволинейные интегралы II рода. Определение, физический смысл, вычисление.
9. Формула Грина.
10. Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.
11. Поверхностные интегралы I рода. Определение, физический смысл, вычисление.
12. Поверхностные интегралы II рода. Определение, физический смысл, вычисление.
13. Формула Гаусса-Остроградского (координатная и векторная формы).
14. Формула Стокса (координатная и векторная формы).
15. Скалярное поле. Градиент. Производная по направлению.
16. Векторное поле. Дивергенция. Соленоидальное поле.
17. Ротор. Потенциальное поле. Нахождение потенциала.
18. Числовые ряды. Основные определения. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
19. Интегральный признак сходимости ряда. Обобщенный гармонический ряд.
20. Признаки сравнения рядов. Признак Даламбера. Радикальный признак.
21. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
22. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
23. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости.
24. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.
25. Вычисление определенных интегралов с помощью рядов.
26. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.

**Экзаменационные вопросы по математике
для студентов 2 курса 4 семестр.**

1. Случайные события. Виды событий. Классическое определение вероятности.
2. Основные формулы комбинаторики.
3. Статистическое определение вероятности. Геометрические вероятности.
4. Зависимые и независимые события, условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
5. Теорема сложения вероятностей. Противоположные события.
6. Вероятность появления хотя бы одного события.
7. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
8. Формула Бернулли.
9. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
10. Формула Пуассона. Простейший поток событий.
11. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
12. Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное распределение.
13. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение.
14. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
15. Дисперсия дискретной случайной величины и ее свойства. Начальные и центральные теоретические моменты.
16. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
17. Плотность распределения случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал.
18. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
19. Равномерное распределение. Показательное распределение.

20. Нормальное распределение и его числовые характеристики. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вероятность заданного отклонения случайной величины от её математического ожидания. Правило трёх сигм.
21. Центральная предельная теорема.
22. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел Чебышева. Закон больших чисел Бернулли.
23. Двумерная случайная величина. Функция распределения двумерной случайной величины. Плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины.
24. Условные законы распределения. Условные математические ожидания. Функция регрессии.
25. Числовые характеристики двумерной случайной величины.
26. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.
27. Классификация точечных оценок. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии.
28. Доверительная вероятность. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального распределения.
29. Статистическая проверка статистических гипотез.
30. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона.

ГЛОССАРИЙ

Асимптота

Прямая называется асимптотой кривой, если расстояние от переменной точки M кривой до этой прямой при удалении точки M в бесконечность стремится к нулю.

Вектор

Вектор – это направленный отрезок.

Векторное произведение

Векторным произведением двух векторов \vec{a} и \vec{b} называется вектор \vec{c} такой, что:

- 1) длина вектора \vec{c} равна произведению длин векторов \vec{a} и \vec{b} на синус угла между ними,
- 2) вектор \vec{c} перпендикулярен вектору \vec{a} и вектору \vec{b} ,
- 3) векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} образуют правую тройку векторов.

Векторное поле

Если в каждой точке $M(x,y,z)$ области G пространства определен вектор $\vec{a}(M)$, то говорят, что в области G задано векторное поле $\vec{a}(M) = \{P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z)\}$.

Градиент функции

Градиентом функции $u = u(x, y, z)$ в точке M называется вектор, координатами которого являются частные производные функции $u = u(x, y, z)$ в точке M , т.е. $grad u = \{u'_x, u'_y, u'_z\}$.

Гистограмма относительных частот

Гистограммой относительных частот называется ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины h , а высоты равны отношению w_i/h (плотность относительной частоты).

Гистограмма частот

Гистограммой частот называется ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины h , а высоты равны отношению n_i/h (плотность частоты).

Дивергенция

Дивергенцией векторного поля $\vec{a}(M) = \{P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z)\}$ называется выражение $P'_x + Q'_y + R'_z$ и обозначается $div \vec{a}$, т.е. $div \vec{a} = P'_x + Q'_y + R'_z$.

Дисперсия

Дисперсией дискретной случайной величины называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания:

$$D(x) = M(x - M(x))^2.$$

Дифференциал

Дифференциалом функции называется линейная часть приращения функции. Если f - дифференцируемая функция одной или нескольких переменных, то справедливо (для функций двух переменных) равенство

$$f(x_0 + \Delta x; y_0 + \Delta y) - f(x_0; y_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0; y_0) \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0; y_0) \Delta y \right) + \alpha(\Delta x; \Delta y) \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

где $\alpha(\Delta x; \Delta y)$ величина, стремящаяся к 0 при приближении точки $(\Delta x; \Delta y)$ к точке $(0; 0)$. Первое слагаемое в приведённой формуле и есть дифференциал. Дифференциал функции обозначают df и коротко записывают так: $df = f'(x)dx$ для функции одной переменной,

$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$ для функции двух и более переменных. Последняя формула называется

также формулой *полного дифференциала*.

Дифференциальные уравнения первого порядка

Уравнение вида $F(x, y, y') = 0$, где x - независимая переменная; y - искомая функция; y' - ее производная, называется дифференциальным уравнением первого порядка.

Классическое определение вероятности

Вероятностью события A называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу.

Коллинеарные вектора

Вектора \vec{a} и \vec{b} называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Компланарные вектора

Векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

Локальный максимум функции

Значение $f(x_0)$ называется локальным максимумом функции $f(x)$ на (a, b) , если существует окрестность $U(x_0)$ точки x_0 такая, что $U(x_0) \subset (a, b)$, и для всех $x \in U(x_0) \setminus \{x_0\}$ выполнено неравенство $f(x) < f(x_0)$.

Локальный минимум функции

Значение $f(x_0)$ называется локальным минимумом функции $f(x)$ на (a, b) , если существует окрестность $U(x_0)$ точки x_0 такая, что $U(x_0) \subset (a, b)$, и для всех $x \in U(x_0) \setminus \{x_0\}$ выполнено неравенство $f(x) > f(x_0)$.

Локальный экстремум функции

Максимум или минимум функции $f(x)$ называется локальным экстремумом функции $f(x)$ на (a, b) .

Математическое ожидание

Одна из числовых характеристик случайной величины. Математическое ожидание дискретной случайной величины находится как сумма произведений значений случайной величины на их вероятности, а непрерывной случайной величины как интеграл по всей прямой от плотности распределения, умноженной на переменную интегрирования.

Матрица

Матрицей называется прямоугольная таблица чисел. Числа в этой таблице называются *элементами матрицы*. Если матрицу обозначают буквой A , то элемент матрицы стоящий в строке с номером i и столбце с номером j обычно обозначают a_{ij} . Например

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Неопределённый интеграл

Неопределённым интегралом функции называется на интервале называется множество первообразных функции на этом интервале. Все эти первообразные отличаются друг от друга на постоянную величину. Например

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C \text{ на } (-\infty; +\infty) \text{ или } \int x^{-1} dx = \ln(-x) + C \text{ на } (-\infty; 0).$$

Определитель матрицы

Определитель матрицы это число поставленное в соответствие каждой матрице имеющей одинаковое число строк и столбцов. Для матриц второго и третьего порядка это число можно найти по формулам

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc, \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + cdh - afh - bdi - ceg$$

Первообразная

Функция, производная от которой равна данной функции в каждой точке интервала называется первообразной функции на интервале.

Расходящийся числовой ряд

Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ называется расходящимся, если предел его частичной суммы

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ не существует или равен бесконечности.

Решение обыкновенного дифференциального уравнения

Решением обыкновенного дифференциального уравнения называется всякая функция $y = \varphi(x)$, которая, будучи подставлена в это уравнение, обратит его в тождество.

Ротор

Ротором (или вихрем) векторного поля $\mathbf{a} = (P, Q, R)$ называется вектор

$$\text{rota} = \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right).$$

Скалярное поле

Пусть задана некоторая область в пространстве. Говорят, что в этой области задано скалярное поле $u(M)$, если каждой точке M в этой области поставлено в соответствие некоторое число $u(M)$.

Скалярное произведение

Скалярным произведением двух ненулевых векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} называется число $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, равное произведению длин этих векторов, помноженному на косинус угла φ между ними: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos \varphi$. По определению $\mathbf{a} \cdot \mathbf{0} = \mathbf{0} \cdot \mathbf{a} = 0$.

Смешанное произведение

Пусть $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ - векторы, а $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ - векторное произведение векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} . Смешанным произведением векторов $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ называется число, равное скалярному произведению вектора $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ на вектор \mathbf{c} . Обозначение: abc . Таким образом: $abc = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$.

Степенной ряд

Выражение вида

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots,$$

где $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \dots$ - постоянные числа, а x - переменная величина, называется степенным рядом.

Сходящийся числовой ряд

Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ называется сходящимся, если существует конечный предел последовательности $\{S_n\}$ его частичных сумм: $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = S$. В этом случае указанный предел называется суммой ряда.

Точка перегиба

Точка перегиба кривой называется такая ее точка, которая отделяет участок выпуклости от участка вогнутости.

Функция распределения

Функция распределения случайной величины X называется числовая функция $F(x) = P(X < x)$

Частная производная по x

Частная производная по x для функции двух переменных $f(x, y)$ называется функция

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

Частная производная по y

Частная производная по y для функции двух переменных $f(x, y)$ называется функция

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

Числовой ряд

Числовой ряд - выражение вида

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \quad \text{или} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

где $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$, a_n - числовое выражение, зависящее от n

Эмпирическая функция распределения

Эмпирическая функция распределения - числовая функция

$$F_n^*(x) = \frac{n_x}{n},$$

где n - объем выборки,

n_x - число вариантов, меньших x

Карта обеспеченности дисциплины учебной литературой

Учебная дисциплина: _____ Математика _____

Кафедра: _____ Высшей математики _____

Специальность: 280302 Комплексное использование и охрана водных ресурсов

Общее количество часов по дисциплине: 600 часов, в том числе:

Лекции 136 часов; практические занятия (семинары): 170 часов, самостоятельная работа: 294 часов

<i>Автор, название, город, издательство, год.</i>	<i>Объем (п.л.)</i>	<i>Среднее количество студентов, чел</i>	<i>Количество экземпляров в библиотеке университета, на кафедре</i>	<i>Обеспеченность студентов литературой %</i>
Шипачёв В.С. Высшая математике, М. : Высшая школа, 2005.		35	40	100
Шипачев В.С. Задачник по высшей математике, М.: Высшая школа, 2009.		35	40	100
Гмурман В. Е. Теория вероятностей и Математическая статистика, М., Высшая школа, 2004.		35	40	100

Преподаватель кафедры

доц. Мотанов В. Г.

Заведующий кафедрой

проф. Успенский С.В.

« 09 » декабря 2010 г.