

Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА»**

Кафедра Высшей математики  
(название кафедры)

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ**

Математика  
(наименование дисциплины)

основной образовательной программы по направлению подготовки (специальности)

080100 Экономика  
(код, наименование направления (специальности))

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УТВЕРЖДАЮ  
Заместитель Министра  
образования Российской  
Федерации  
\_\_\_\_\_ В.Д.ШАДРИКОВ  
«\_25\_» \_\_04\_\_\_\_\_ 2000 г.

Номер государственной регистрации  
433 гум/бак

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ  
СТАНДАРТ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Направление 521600 «Экономика»**

**Степень – бакалавр экономики**

Вводится с момента утверждения

Москва 2000

<b>ЕН</b>	<b>Общие математические и естественнонаучные дисциплины</b>	<b>1400</b>
<b>ЕН.Ф.00</b>	<b>Федеральный компонент</b>	<b>1250</b>
ЕН.Ф.01	<p><b>Математика</b></p> <p><u>Математический анализ.</u> Понятие множества. Операции над множествами. Понятие окрестности точки. Функциональная зависимость. Графики основных элементарных функций. Предел числовой последовательности. Предел функции. Непрерывность функции в точке. Свойства числовых множеств и последовательностей. Глобальные свойства непрерывных функций. Производная и дифференциал. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения. Выпуклость функции. Неопределенный интеграл. Несобственные интегралы. Точечные множества в <math>N</math> – мерном пространстве. Функции нескольких переменных, их непрерывность. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных. Классические методы оптимизации. Функции спроса и предложения. Функция полезности. Кривые безразличия.</p> <p><u>Линейная алгебра.</u> Системы линейных уравнений. Элементы аналитической геометрии на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве. Определители. Системы векторов, ранг матрицы. <math>N</math> – мерное линейное векторное пространство. Линейные операторы и матрицы. Комплексные числа и многочлены. Собственные векторы линейных операторов. Евклидово пространство. Квадратичные формы. Системы линейных неравенств. Линейные задачи оптимизации. Основные определения и задачи линейного программирования. Симплексный метод. Теория двойственности. Дискретное программирование. Динамическое программирование. Нелинейное программирование.</p> <p><u>Теория вероятностей и математическая статистика.</u> Сущность и условия применимости теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей. Вероятностное пространство. Случайные величины и способы их описания. Модели законов распределения вероятностей, наиболее употребляемые в социально-экономических приложениях. Закон распределения вероятностей для функций от известных случайных величин. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел и его следствие. Особая роль нормального распределения: центральная предельная теорема. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов. Статистическое оценивание и проверка гипотез, статистические методы обработки экспериментальных данных.</p>	<b>850</b>

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГОУ ВПО «Московский государственный университет  
природообустройства»

УТВЕРЖДАЮ

Декан экономического факультета

Квасова В.Н. (подпись)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2010 г.

РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

Дисциплины

Математика

для специальности 080100 – «Экономика»

Кафедра высшей математики

<b>Виды учебной работы</b>	<b>часов</b>	<b>I семестр</b>	<b>II семестр</b>
Общая трудоемкость	522	288	234
Аудиторные занятия:	240	136	104
Лекции	84	46	38
Практические занятия, семинары	156	90	66
Самостоятельная работа	210	116	94
Курсовая работа (проект) (КР, КП), Расчетно-графическая работа (РГР)			
Домашнее задание (ДЗ)	20	10	10
Реферат (Р)			
Вид итогового контроля	72	экзамен	экзамен

Москва 2010 г.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс «Математика» является фундаментальным курсом, необходимым для овладения теоретическими и практическими знаниями, лежащими в основе общенаучных дисциплин экономического профиля, а также курсов, изучающих конкретные задачи макро- и микроэкономики, финансов и бизнеса. Преподавание курса имеет цель – дать современное представление о методах математического анализа и линейной алгебры, применяемых при изучении процессов, протекающих в экономике, финансах и бизнесе.

Изучение дисциплины «Математика» не требует предварительных знаний, выходящих за пределы программы общеобразовательной средней школы. Студент должен уметь проводить алгебраические преобразования, решать уравнения и неравенства, знать основные тригонометрические формулы, проводить тригонометрические преобразования, решать тригонометрические уравнения, знать основные геометрические фигуры, и уметь находить их площади, знать основные виды многогранников и тел вращения и уметь вычислять их площади поверхностей и объёмы. У него должно быть сформировано понятие функции, ее графика и основных ее свойств (монотонность, четность, периодичность).

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Бакалавр должен:

**знать:** основные идеи и конструкции линейной алгебры и математического анализа, используемые для решения практических задач в области экономики, финансов и бизнеса;

**уметь:** пользоваться методами линейной алгебры и математического анализа для формализации и решения прикладных задач;

**владеть:** математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к экономическим наукам.

## 3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/ п	Раздел дисциплины	Трудоемкость (час)								
		Лекци и	Практичес кие занятия, семинары	Лабора- торные работы	Вид самостоятельной работы*					
					Л	ПЗ	ЛР	Р	КП, КР	РГР ДЗ
I семестр										
1	Матрицы и	4	8		2	8				

	определители.								
2	Системы линейных уравнений.	4	8		2	8			
3	Векторные пространства.	4	6		2	4			
4	Линейные операторы.	4	8		2	8			
5	Квадратичные формы.	4	8		2	8			
6	Элементы аналитической геометрии.	4	8		2	8			
7	Введение в математический анализ.	6	12		3	12			
8	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	6	12		3	10			3
9	Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения их графиков.	6	12		3	9			7
10	Функции нескольких переменных.	4	8		2	8			
	<b>ИТОГО</b>	46	90		23	83			10
II семестр									
11	Комплексные числа.	4	8		2	6			
12	Неопределенный интеграл.	8	16		4	16			
13	Определенный интеграл.	6	12		3	12			
14	Дифференциальные уравнения	4	6		2	3			4

	первого порядка.									
15	Дифференциальные уравнения высших порядков.	8	12		4	6				6
16	Числовые ряды.	4	6		2	6				
17	Функциональные ряды. Степенные ряды.	4	6		2	6				
	<b>ИТОГО</b>	38	66		19	55				10

\* подготовка к лекциям (Л), практическим занятиям (ПЗ), лабораторным работам (Л), подготовка реферата (Р), раздела КП, КР, РГР, ДЗ

### 3.2 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Матрицы и определители.	Основные сведения о матрицах. Виды матриц. Действия над матрицами. Определители квадратных матриц и способы их вычисления. Свойства определителей. невырожденные матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
2.	Системы линейных уравнений.	Основные понятия и определения. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений с невырожденной матрицей. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли.
3.	Векторные пространства.	Декартова прямоугольная система координат в трехмерном пространстве. Векторы. Координаты вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между двумя векторами. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов.

		<p>Определение и примеры векторных пространств. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Разложение вектора по ортогональному базису. Евклидово пространство.</p>
4.	Линейные операторы.	<p>Линейные операторы, их матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов, их свойства.</p>
5.	Квадратичные формы.	<p>Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.</p>
6.	Элементы аналитической геометрии.	<p>Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Общее уравнение прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Уравнение поверхности. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей: условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через две точки. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Поверхности второго порядка: сфера, эллипсоид, эллиптический параболоид, цилиндрическая поверхность, конус.</p>
7.	Введение математический анализ.	<p>Элементы теории множеств. Множество вещественных чисел. Понятие функций и способы их задания. Область определения функции и ее график. Основные элементарные функции и их графики. Сложные и обратные функции. Символика математической логики и ее использование. Последовательности. Предел функции. Предел последовательности. Бесконечно малые величины и их свойства. Бесконечно большие величины. Связь бесконечно больших и бесконечно малых. Основные теоремы о пределах функций. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых.</p>



		<p>Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Определение непрерывности функции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность суммы, произведения и частного двух функций. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.</p>
8.	<p>Дифференциальное исчисление функций одной переменной.</p>	<p>Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к кривой. Производная постоянной, суммы, произведения и частного двух функций. Производные тригонометрических функций. Производная показательной функции. Производная обратной функции. Производная логарифмической и обратных тригонометрических функций. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции. Связь дифференциала с производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл дифференциала. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производная степенной функции. Таблица производных. Производные высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей и правило Лопиталя. Формула Тейлора.</p>
9.	<p>Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения их графиков.</p>	<p>Условия возрастания и убывания функции. Локальный экстремум функции. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Исследование на экстремум функции с помощью производных второго порядка. Исследование функций на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Общая схема построения графиков функций.</p>
10.	<p>Функции нескольких переменных.</p>	<p>Функции нескольких переменных. Геометрический смысл функции двух переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные. Дифференцируемость функции. Полный дифференциал. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Частные производные высших порядков. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия. Условный экстремум. Классические методы оптимизации. Функции нескольких переменных в экономической теории. Функции спроса и предложения. Функция полезности. Кривые</p>

		безразличия.
11.	Комплексные числа.	Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа.
12.	Неопределенный интеграл.	Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные приемы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. Интегралы от элементарных дробей. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
13.	Определенный интеграл.	Задача, приводящая к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, как предела интегральных сумм. Условия существования определенного интеграла и его основные свойства. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Некоторые геометрические приложения определенного интеграла Несобственные интегралы.
14.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Общие сведения об уравнениях. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
15.	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Задача Коши. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейная зависимость и линейная независимость функций на отрезке. Определитель Вронского и его свойства. Структура общего решения линейного однородного уравнения и линейного неоднородного уравнения. Решение линейных уравнений методом вариации произвольных постоянных. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Отыскание частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами методом подбора по виду правой

		части.
16	Числовые ряды.	Числовой ряд. Сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Теорема Лейбница.
17	Функциональные ряды. Степенные ряды.	Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена. Применение рядов к приближенным вычислениям.

#### 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Рекомендуемая литература

###### а) основная:

1. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. Москва: Юнити. 2010г.
2. Кремер Н.Ш. Практикум по высшей математике для экономистов. Москва: Юнити. 2010г.

###### б) дополнительная:

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления, т. I,II, М. : Наука, 1985.
2. Шипачев В.С. Высшая математике, М.: Высшая школа, 2005.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике, М.: Высшая школа, 2009.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа, М. : Наука, 2005.
5. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии, М.: Наука, 2006.

##### 4.2 Методическое обеспечение дисциплины

1. Кажан В.А. Ряды. Учебно-методические указания с расчетными заданиями и консультациями. Издательство МГУП. 2008.
2. Ногинова Л.Ю., Кажан В.А., Веселова Г.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Учебно-методическое пособие с расчетными заданиями для студентов I курса. Издательство МГУП. 2006.
3. Таги-Заде А.К., Кажан В.А., Антонова В.А. Расчетно-графические работы по аналитической геометрии и основам математического анализа. Издательство МГУП. 2001.

Программа разработана в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению (специальности)  
080100 – «Экономика»

Программу разработала доцент Васильева Е.Н.

(подпись)

Программа рассмотрена на заседании кафедры высшей математики  
«16» ноября 2010 г.

Заведующий кафедрой профессор Успенский С.В.

(подпись)

## Вопросы к экзамену за 1 семестр

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами.
2. Определители квадратных матриц. Вычисление определителей. Свойства определителей.
3. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
4. Ранг матрицы. Элементарные преобразования, не меняющие ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы.
5. Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы для решения системы. Теорема Крамера.
6. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Система линейных однородных уравнений. Свойства решений. Линейная независимость решений. Фундаментальная система решений.
8. Векторное  $n$ - мерное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Разложение вектора по базису.
9. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
10. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
11. Векторы. Координаты вектора. Длина вектора. Линейные операции над векторами. Коллинеарные векторы.
12. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения через координаты. Условие перпендикулярности векторов. Проекция вектора на вектор.
13. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение плоскостей.
14. Канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых в пространстве.
15. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.
16. Уравнения прямой на плоскости.
17. Кривые второго порядка.
18. Предел последовательности. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ .
19. Бесконечно малые и бесконечно большие и связь между ними. Свойства бесконечно малых.
20. Предел функции. Основные теоремы о пределах.
21. Первый и второй замечательные пределы.
22. Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.
23. Непрерывные функции. Арифметические действия над непрерывными функциями.
24. Основные свойства непрерывных на отрезке функций.
25. Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали.
26. Дифференцируемость функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
27. Производные постоянной, суммы, произведения и частного.
28. Производные тригонометрических функций.
29. Производные степенной, показательной и логарифмической функций.
30. Производная сложной функции.

31. Обратная функция и ее производная. Производные обратных тригонометрических функций.
32. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
33. Теорема Ферма.
34. Теорема Ролля.
35. Теорема Лагранжа.
36. Теорема Коши.
37. Раскрытие неопределенностей и правило Лопиталья.
38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение функций  $y = \sin x$ ,  $y = e^x$  по формуле Маклорена.
39. Условия монотонности функции.
40. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума.
41. Достаточное условие экстремума (с использованием первой производной).
42. Достаточное условие экстремума (с использованием второй производной).
43. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
44. Исследование направления выпуклости кривой. Точки перегиба.
45. Асимптоты кривой.
46. Понятие функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
47. Частные производные функции двух переменных.
48. Полный дифференциал функции двух переменных.
49. Частные производные второго порядка функции двух переменных.
50. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума.
51. Экстремум функции двух переменных. Достаточное условие экстремума.

### Вопросы к экзамену за 2 семестр

1. Комплексные числа. Арифметические операции над комплексными числами.
2. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
3. Первообразная. Теорема о первообразных.
4. Неопределенный интеграл и его свойства.
5. Замена переменной в неопределенном интеграле.
6. Формула интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
7. Интегрирование выражений вида  $\frac{mx + n}{ax^2 + bx + c}$ ,  $\frac{mx + n}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ .
8. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
9. Интегрирование рациональных дробей.
10. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Универсальная подстановка.
11. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
12. Определенный интеграл: определение и геометрический смысл.
13. Свойства определенного интеграла.
14. Интеграл с переменным верхним пределом, его производная по верхнему пределу.
15. Формула Ньютона-Лейбница.
16. Замена переменной в определенном интеграле.
17. Несобственные интегралы.
18. Дифференциальные уравнения. Основные понятия. Теорема существования и единственности решения для уравнения первого порядка.

19. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
20. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка
21. Дифференциальные уравнения второго порядка. Общее решение дифференциального уравнения второго порядка.
22. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка.
23. Определитель Вронского и его свойства.
24. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (корни характеристического уравнения действительные и различные).
25. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (корни характеристического уравнения действительные и совпадают).
26. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (корни характеристического уравнения комплексные).
27. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Выбор частного решения в случае, когда правая часть уравнения  $f(x) = P_n(x) e^{ax}$ .
28. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Выбор частного решения в случае, когда правая часть уравнения  $f(x) = e^{ax}(P_n(x) \cos bx + U_m(x) \sin bx)$ .
29. Числовые ряды. Основные определения. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
30. Интегральный признак сходимости ряда. Обобщенный гармонический ряд.
31. Признаки сравнения рядов. Признак Даламбера. Радикальный признак.
32. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница.
33. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
34. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости.

## ГЛОССАРИЙ

### Асимптота

Прямая называется асимптотой кривой, если расстояние от переменной точки  $M$  кривой до этой прямой при удалении точки  $M$  в бесконечность стремится к нулю.

### Вектор

Вектор – это направленный отрезок.

### Векторное произведение

Векторным произведением двух векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется вектор  $\vec{c}$  такой, что:

- 1) длина вектора  $\vec{c}$  равна произведению длин векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  на синус угла между ними,
- 2) вектор  $\vec{c}$  перпендикулярен вектору  $\vec{a}$  и вектору  $\vec{b}$ ,
- 3) векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  образуют правую тройку векторов.

### Векторное поле

Если в каждой точке  $M(x, y, z)$  области  $G$  пространства определен вектор  $\vec{a}(M)$ , то говорят, что в области  $G$  задано векторное поле  $\vec{a}(M) = \{P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z)\}$ .

### Градиент функции

Градиентом функции  $u = u(x, y, z)$  в точке  $M$  называется вектор, координатами которого являются частные производные функции  $u = u(x, y, z)$  в точке  $M$ , т.е.  $\text{grad } u = \{u'_x, u'_y, u'_z\}$ .

### Дивергенция

Дивергенцией векторного поля  $\vec{a}(M) = \{P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z)\}$  называется выражение  $P'_x + Q'_y + R'_z$  и обозначается  $\text{div } \vec{a}$ , т.е.  $\text{div } \vec{a} = P'_x + Q'_y + R'_z$ .

### Дифференциал

Дифференциалом функции называется линейная часть приращения функции. Если  $f$  - дифференцируемая функция одной или нескольких переменных, то справедливо (для функций двух переменных) равенство

$$f(x_0 + \Delta x; y_0 + \Delta y) - f(x_0; y_0) = \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x_0; y_0) \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0; y_0) \Delta y \right) + \alpha(\Delta x; \Delta y) \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

где  $\alpha(\Delta x; \Delta y)$  величина, стремящаяся к 0 при приближении точки  $(\Delta x; \Delta y)$  к точке  $(0; 0)$ .

Первое слагаемое в приведённой формуле и есть дифференциал. Дифференциал функции обозначают  $df$  и коротко записывают так:  $df = f'(x)dx$  для функции одной переменной,

$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$  для функции двух и более переменных. Последняя формула

называется также формулой *полного дифференциала*.

### Дифференциальные уравнения первого порядка

Уравнение вида  $F(x, y, y') = 0$ , где  $x$  - независимая переменная;  $y$  - искомая функция;  $y'$  - ее производная, называется дифференциальным уравнением первого порядка.

### Коллинеарные вектора

Вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

### Компланарные вектора

Векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

### Локальный максимум функции



Значение  $f(x_0)$  называется локальным максимумом функции  $f(x)$  на  $(a, b)$ , если существует окрестность  $U(x_0)$  точки  $x_0$  такая, что  $U(x_0) \subset (a, b)$ , и для всех  $x \in U(x_0) \setminus \{x_0\}$  выполнено неравенство  $f(x) < f(x_0)$ .

#### Локальный минимум функции

Значение  $f(x_0)$  называется локальным минимумом функции  $f(x)$  на  $(a, b)$ , если существует окрестность  $U(x_0)$  точки  $x_0$  такая, что  $U(x_0) \subset (a, b)$ , и для всех  $x \in U(x_0) \setminus \{x_0\}$  выполнено неравенство  $f(x) > f(x_0)$ .

#### Локальный экстремум функции

Максимум или минимум функции  $f(x)$  называется локальным экстремумом функции  $f(x)$  на  $(a, b)$ .

#### Матрица

*Матрицей* называется прямоугольная таблица чисел. Числа в этой таблице называются *элементами матрицы*. Если матрицу обозначают буквой  $A$ , то элемент матрицы стоящий в строке с номером  $i$  и столбце с номером  $j$  обычно обозначают  $a_{ij}$ . Например

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{33} \end{pmatrix}$$

#### Невырожденная матрица

Квадратная матрица называется невырожденной, если её определитель не равен нулю.

#### Неопределённый интеграл

*Неопределённым интегралом* функции называется на интервале называется множество первообразных функции на этом интервале. Все эти первообразные отличаются друг от друга на постоянную величину. Например

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C \text{ на } (-\infty; +\infty) \text{ или } \int x^{-1} dx = \ln(-x) + C \text{ на } (-\infty; 0).$$

#### Определитель матрицы

*Определитель матрицы* это число поставленное в соответствие каждой матрице имеющей одинаковое число строк и столбцов. Для матриц второго и третьего порядка это число можно найти по формулам

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc, \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + cdh - afh - bdi - ceg$$

#### Первообразная

Функция, производная от которой равна данной функции в каждой точке интервала называется первообразной функции на интервале.

#### Ранг матрицы

Рангом матрицы называется наивысший порядок отличных от нуля миноров этой матрицы.

#### Расходящийся числовой ряд

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  называется расходящимся, если предел его частичной суммы  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$  не существует или равен бесконечности.

### Решение обыкновенного дифференциального уравнения

Решением обыкновенного дифференциального уравнения называется всякая функция  $y = \varphi(x)$ , которая, будучи подставлена в это уравнение, обратит его в тождество.

### Ротор

Ротором (или вихрем) векторного поля  $\mathbf{a} = (P, Q, R)$  называется вектор

$$\text{rot } \mathbf{a} = \left( \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right).$$

### Скалярное поле

Пусть задана некоторая область в пространстве. Говорят, что в этой области задано скалярное поле  $u(M)$ , если каждой точке  $M$  в этой области поставлено в соответствие некоторое число  $u(M)$ .

### Скалярное произведение

Скалярным произведением двух ненулевых векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  называется число  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ , равное произведению длин этих векторов, помноженному на косинус угла  $\varphi$  между ними:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos \varphi$ . По определению  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{0} = \mathbf{0} \cdot \mathbf{a} = 0$ .

### Смешанное произведение

Пусть  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  - векторы, а  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  - векторное произведение векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . Смешанным произведением векторов  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  называется число, равное скалярному произведению вектора  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  на вектор  $\mathbf{c}$ . Обозначение:  $abc$ . Таким образом:  $abc = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ .

### Степенной ряд

Выражение вида

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots,$$

где  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  - постоянные числа, а  $x$  - переменная величина, называется степенным рядом.

### Сходящийся числовой ряд

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  называется сходящимся, если существует конечный предел последовательности  $\{S_n\}$  его частичных сумм:  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = S$ . В этом случае указанный предел называется суммой ряда.

### Точка перегиба

Точка перегиба кривой называется такая ее точка, которая отделяет участок выпуклости от участка вогнутости.

### Транспонирование матрицы

Транспонированием матрицы называется замена строк на столбцы с такими же номерами.

### Частная производная по x

Частная производная по x для функции двух переменных  $f(x,y)$  называется функция

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

### Частная производная по y

Частная производная по y для функции двух переменных  $f(x,y)$  называется функция

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

### Числовой ряд

Числовой ряд - выражение вида

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots \quad \text{или} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

где  $a_1, a_2, a_3 \in \mathbf{R}$  ,  $a_n$  – числовое выражение, зависящее от n

## Карта обеспеченности дисциплины учебной литературой

Учебная дисциплина: \_\_\_\_\_ Математика \_\_\_\_\_

Кафедра: \_\_\_\_\_ Высшей математики \_\_\_\_\_

Специальность: 080100 Экономика

Общее количество часов по дисциплине: 522 часов, в том числе:

Лекции 84 часов; практические занятия (семинары): 156 часов, самостоятельная работа: 282 часов

<i>Автор, название, город, издательство, год.</i>	<i>Объем (п.л.)</i>	<i>Среднее количество студентов, чел</i>	<i>Количество экземпляров в библиотеке университета, на кафедре</i>	<i>Обеспеченность студентов литературой %</i>
Шипачёв В.С. Высшая математике, М. : Высшая школа, 2005.		15	20	100
Шипачев В.С. Задачник по высшей математике, М.: Высшая школа, 2009.		15	20	100
Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии, М.: Наука, 2006.		15	20	100
Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. Москва: Юнити. 2010г.		15	100	100
Кремер Н.Ш. Практикум по высшей математике для экономистов. Москва: Юнити. 2010г.		15	100	100

Преподаватель кафедры

доц. Васильева Е.Н.

Заведующий кафедрой

проф. Успенский С.В.

« 16 » ноября 2010 г.