Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИРОДООБУСТРОЙСТВА»

Кафедра Высшей математики
(название кафедры)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра
(наименование дисциплины)

основной образовательной программы по направлению подготовки (специальности)

080700 Бизнес-информатика
(код, наименование направления (специальности))

Москва 2010

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель Министра образования и науки
Российской Федерации

_____ А.Г.Свинаренко

12 мая2005 г.

Номер государственной регистрации

734 гум / бак

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАПРАВЛЕНИЕ **080700 БИЗНЕС-ИНФОРМАТИКА**

Степень (квалификация) — бакалавр бизнес-информатики

Вводится с момента утверждения

Москва 2005

ЕН. 00	**Общие математические и естественно-научные дисциплины**	**1836**
ЕН.Ф.00	***Федеральный компонент***	1458
ЕН.Ф.02	**Линейная алгебра** Матрицы и их преобразования. Определитель матрицы. Ранг матрицы. Алгебра матриц. Линейные векторные пространства. Линейные операторы. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Структура множества решений системы линейных уравнений. Элементы аналитической геометрии. Евклидовы пространства. Сопряженные операторы. Линейные отображения. Аффинные пространства. Численные методы линейной алгебры.	162

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГОУ ВПО «Московский государственный университет природообустройства»

УТВЕРЖДАЮ

Декан ___экономического__факультета

Квасова В.Н. (подпись)

«______»____________________2010__г

РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА
Дисциплины

______________Линейная алгебра______________________

для специальности _080700 – «Бизнес-информатика»__________

Кафедра __высшей математики_____________________________

Виды учебной работы	***часов***	***I семестр***
Общая трудоемкость	162	162
Аудиторные занятия: Лекции Практические занятия, семинары	68 34 34	68 34 34
Самостоятельная работа Курсовая работа (проект) (КР, КП), Расчетно-графическая работа (РГР) Домашнее задание (ДЗ) Реферат (Р)	94 26	94 26
Вид итогового контроля		экзамен

Москва 2010 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Одной из основных целей курса является знакомство студентов с основными идеями и конструкциями линейной алгебры, которые применяются при изучении процессов, протекающих в экономике, финансах и бизнесе. Овладение основными понятиями курса необходимо для дальнейшего изучения многомерного анализа, эконометрики, дискретного анализа и численных методов.

Изучение дисциплины «Линейная алгебра» не требует предварительных знаний, выходящих за пределы программы общеобразовательной средней школы.

2. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Бакалавр должен:

знать: *основные идеи и конструкции линейной алгебры, которые применяются при изучении процессов, протекающих в экономике, финансах и бизнесе*

уметь: *пользоваться методами линейной алгебры для формализации и решения прикладных задач;*

владеть: *основными алгоритмами линейной алгебры.*

3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	***Раздел дисциплины***	***Трудоемкость (час)***								
		Лекции	***Практические занятия, семинары***	***Лабора-торные работы***	***Вид самостоятельной работы****					
					Л	***ПЗ***	***ЛР***	***Р***	***КП, КР***	***РГР ДЗ***
1	Матрицы и определители.	6	6		**6**	**6**				**4**
2	Системы линейных уравнений.	8	8		**8**	**8**				**5**
3	Векторные пространства.	4	4		**4**	**4**				**4**
4	Линейные операторы.	4	4		**4**	**4**				**5**
5	Квадратичные формы.	4	4		**4**	**4**				**4**
6	Элементы аналитической геометрии.	8	8		**8**	**8**				**4**
	ИТОГО	34	34		**34**	**34**				**26**

** подготовка к лекциям (Л), практическим занятиям (ПЗ), лабораторным работам (Л), подготовка реферата (Р), раздела КП, КР, РГР, ДЗ*

3.2 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Матрицы и определители.	Основные сведения о матрицах. Виды матриц. Действия над матрицами. Алгебра матриц. Определители квадратных матриц и способы их вычисления. Свойства определителей. Невырожденные матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
2.	Системы линейных уравнений.	Основные понятия и определения. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений с невырожденной матрицей. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли.
3.	Векторные пространства.	Декартова прямоугольная система координат в трехмерном пространстве. Векторы. Координаты вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между двумя векторами. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов. Определение и примеры векторных пространств. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Разложение вектора по ортогональному базису. Сопряженные операторы. Линейные отображения. Аффинные пространства. Численные методы линейной алгебры.
4.	Линейные операторы.	Линейные операторы, их матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов, их свойства. Сопряженные операторы. Линейные отображения. Аффинные пространства. Численные методы линейной алгебры.
5.	Квадратичные формы.	Линейные, билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Численные методы линейной алгебры.
6.	Элементы аналитической	Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой,

	геометрии.	проходящей через две данные точки. Общее уравнение прямой. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Уравнение поверхности. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей: условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через две точки. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Поверхности второго порядка: сфера, эллипсоид, эллиптический параболоид, цилиндрическая поверхность, конус.

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Рекомендуемая литература

а) основная:
1. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. Москва: Юнити. 2009г.
2. Кремер Н.Ш. Практикум по высшей математике для экономистов. Москва: Юнити. 2009г.

б) дополнительная:
1. Гельфанд И.М. Линейная алгебра. (любое издание)
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре (любое издание)

Программа разработана в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по специальности
080700 – «Бизнес-информатика»

Программу разработала доцент Васильева Е.Н.

(подпись)

Программа рассмотрена на заседании кафедры высшей математики
«16» ноября 2010 г.

Заведующий кафедрой профессор Успенский С.В.

(подпись)

Вопросы к экзамену по линейной алгебре

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами.
2. Определители квадратных матриц. Вычисление определителей. Свойства определителей.
3. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
4. Ранг матрицы. Элементарные преобразования, не меняющие ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы.
5. Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы для решения системы. Теорема Крамера.
6. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Система линейных однородных уравнений. Свойства решений. Линейная независимость решений. Фундаментальная система решений.
8. Векторное n- мерное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Разложение вектора по ортогональному базису.
9. Линейные операторы, их матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
10. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов, их свойства.
11. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
12. Векторы. Координаты вектора. Длина вектора. Линейные операции над векторами. Коллинеарные векторы.
13. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения через координаты. Условие перпендикулярности векторов. Проекция вектора на вектор.
14. Уравнения прямой на плоскости.
15. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.
16. Общее уравнение плоскости. Взаимное расположение плоскостей.
17. Канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых в пространстве.
18. Поверхности второго порядка: сфера, эллипсоид, эллиптический параболоид, цилиндрическая поверхность, конус.

ГЛОССАРИЙ

Вектор

Вектор – это направленный отрезок.

Векторное произведение

Векторным произведением двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор $\vec{c}$ такой, что:

1) длина вектора $\vec{c}$ равна произведению длин векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на синус угла между ними,
2) вектор $\vec{c}$ перпендикулярен вектору $\vec{a}$ и вектору $\vec{b}$,
3) векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют правую тройку векторов.

Главная диагональ матрицы

Элементы матрицы a_{ij}, у которых номер столбца равен номеру строки $(i = j)$, называются диагональными и образуют главную диагональ матрицы.

Диагональная матрица

Если все недиагональные элементы квадратной матрицы равны нулю, то матрица называется диагональной.

Единичная матрица

Если у диагональной матрицы n-го порядка все диагональные элементы равны единице, то матрица называется единичной матрицей n-го порядка и обозначается буквой E.

Каноническая квадратичная форма

Квадратичная форма $L(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$ называется канонической (или имеет канонический вид), если все ее коэффициенты $a_{ij} = 0$ при $i \neq j$:

$$L(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + \ldots a_{nn}x_n^2 = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}x_i^2 .$$

Квадратичная форма

Квадратичной формой $L(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ от n переменных называется сумма, каждый член которой является либо квадратом одной из переменных, либо произведением двух разных переменных, взятых с некоторым коэффициентом: $L(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$.

Предполагается, что коэффициенты квадратичной формы a_{ij} - действительные числа, причем $a_{ij} = a_{ji}$. Матрица $A = (a_{ij})$, составленная из этих коэффициентов, называется матрицей квадратичной формы.

Квадратная матрица

Матрица называется квадратной n-го порядка, если число её строк равно числу столбцов и равно n.

Коллинеарные вектора

Вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Компланарные вектора

Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ *и* $\vec{c}$ называются компланарными, если они лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

Матрица

Матрицей называется прямоугольная таблица чисел. Числа в этой таблице называются *элементами матрицы*. Если матрицу обозначают буквой A, то элемент матрицы стоящий в строке с номером i и столбце с номером j обычно обозначают a_{ij}. Например

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Невырожденная матрица

Квадратная матрица называется невырожденной, если её определитель не равен нулю.

Нулевая матрица

Матрица любого размера называется нулевой, если все её элементы равны нулю.

Обратная матрица

Матрица A^{-1} называется обратной по отношению к квадратной матрице A, если при умножении этой матрицы на данную как справа, так и слева получается единичная матрица: $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$.

Определитель матрицы

Определитель матрицы это число поставленное в соответствие каждой квадратной матрице. Для матриц второго и третьего порядка это число можно найти по формулам

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc, \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + cdh - afh - bdi - ceg$$

Ранг матрицы

Рангом матрицы называется наивысший порядок отличных от куля миноров этой матрицы.

Скалярное произведение

Скалярным произведением двух ненулевых векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ называется число $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$, равное произведению длин этих векторов, помноженному на косинус угла φ между ними: $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \cos \varphi$. По определению $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{0} = \boldsymbol{0} \cdot \boldsymbol{a} = 0$.

Смешанное произведение

Пусть $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ - векторы, а $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ - векторное произведение векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Смешанным произведением векторов $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ называется число, равное скалярному произведению вектора $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ на вектор $\boldsymbol{c}$. Обозначение: $\boldsymbol{abc}$. Таким образом: $\boldsymbol{abc} = (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c}$.

Транспонирование матрицы

Транспонированием матрицы называется замена строк на столбцы с такими же номерами.

Карта обеспеченности дисциплины учебной литературой

Учебная дисциплина: __________Линейная алгебра _____________
Кафедра: _____________Высшей математики_____________
Специальность: 080700 Бизнес-информатика_________________
Общее количество часов по дисциплине: __162__часов, в том числе:
Лекции _34_ часов;. практические занятия (семинары): _34_ часов, самостоятельная работа: 94 часов

Автор, название, город, издательство, год.	***Объем (п.л.)***	***Среднее количество студентов, чел***	***Количество экземпляров в библиотеке университета, на кафедре***	***Обеспеченность студентов литературой %***
Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. Москва: Юнити. 2010г.		15	100	100
Кремер Н.Ш. Практикум по высшей математике для экономистов. Москва: Юнити. 2010г.		15	100	100

Преподаватель кафедры доц. Васильева Е.Н.

Заведующий кафедрой проф. Успенский С.В.

«_16_»_ноября_2010 г.